

Казанский инновационный университет имени В. Г. Тимирязова (ИЭУП)

# МАТЕМАТИКА

АЛГЕБРА. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ. ФУНКЦИИ

Сборник задач

Казань  
Познание  
2019

**УДК 51(076.1)**

**ББК 22.1я72**

**Г12**

*Печатается по решению секции  
естественно-научных дисциплин учебно-методического совета  
Казанского инновационного университета им. В. Г. Тимирясова (ИЭУП)*

**Рецензенты:**

доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики Казанского инновационного университета им. В. Г. Тимирясова (ИЭУП) ***С. И. Филиппов***;  
кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и информационных технологий Набережночелнинского филиала Казанского инновационного университета им. В. Г. Тимирясова (ИЭУП)  
***Ю. Н. Бурханова***

**Г12** Математика. Алгебра. Основы тригонометрии. Функции : сборник задач / Л. Н. Гаврилова, З. Ш. Аглямова, З. Х. Галимова. – Казань : Изд-во «Познание» Казанского инновационного университета им. В. Г. Тимирясова (ИЭУП), 2019. – 56 с.

Сборник задач содержит задания по разделам «Алгебра», «Основы тригонометрии» и «Функции, их свойства и графики» в рамках дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла для студентов, обучающихся по различным специальностям колледжа.

Данный сборник задач может быть использован для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла.

**УДК 51(076.1)**

**ББК 22.1я72**

© Казанский инновационный университет  
им. В. Г. Тимирясова (ИЭУП), 2019

© Гаврилова Л. Н., 2019

© Аглямова З. Ш., 2019

© Галимова З. Х., 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА .....	6
Тема 1.1. Развитие понятия о числе .....	6
Тема 1.2. Корни и степени.....	9
Тема 1.3. Логарифм.....	16
Тема 1.4. Преобразования алгебраических выражений .....	19
РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ .....	25
Тема 2.1. Основные понятия. Основные тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений .....	25
Тема 2.2. Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства .....	32
РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ.....	35
Тема 3.1. Функция и ее основные свойства. Обратные функции .....	35
Тема 3.2. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции ..	38
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	44
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	45

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящий сборник задач предназначен для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов различных специальностей колледжа по разделам «Алгебра», «Основы тригонометрии» и «Функции, их свойства и графики» при изучении дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла. Данное пособие разработано в соответствии с рабочими программами дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла, составленными на основе требований федеральных государственных образовательных стандартов среднего профессионального образования.

Пособие содержит задачи различного уровня сложности по следующим темам дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла: «Развитие понятия о числе», «Корни и степени», «Логарифм», «Преобразования алгебраических выражений», «Основные понятия. Основные тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений», «Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства», «Функция и ее основные свойства. Обратные функции» и «Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции».

В приложении приводится краткий справочный материал по рассматриваемым темам.

Применение настоящего пособия при изучении дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла должно способствовать тому, что будут достигнуты следующие

личностные результаты освоения:

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

метапредметные результаты освоения:

– владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

– готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

предметные результаты освоения:

– сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

– сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

– сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

– сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

– сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

– сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей.

## РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА

Целые и рациональные числа. Действительные числа. Приближенные вычисления. Комплексные числа.

Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.

Преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.

### Тема 1.1. Развитие понятия о числе

1. Найти значение выражения:

$$\text{а) } \frac{\left(85\frac{7}{30} - 83\frac{5}{18}\right) \div 2\frac{2}{3}}{0,04};$$

$$\text{б) } \frac{\left(140\frac{7}{30} - 138\frac{5}{12}\right) \div 18\frac{1}{6}}{0,002};$$

$$\text{в) } \frac{172\frac{5}{6} - 170\frac{1}{3} + 3\frac{5}{12}}{0,8 \cdot 0,25};$$

$$\text{г) } \frac{215\frac{9}{16} - 208\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{0,0001 \div 0,005};$$

$$\text{д) } \frac{\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) \div 2,5};$$

$$\text{е) } \frac{2\frac{5}{8} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{12} + 4,375\right) \div 19\frac{8}{9}};$$

$$\text{ж) } \frac{\left(95\frac{7}{30} - 93\frac{5}{18}\right) \cdot 2\frac{1}{4} + 0,373}{0,2};$$

$$\text{з) } \frac{\left(49\frac{5}{24} - 46\frac{7}{20}\right) \cdot 2\frac{1}{3} + 0,6}{0,2};$$

$$\text{и) } \frac{\left(12\frac{1}{6} - 6\frac{1}{27} - 5\frac{1}{4}\right) \cdot 13,5 + 0,111}{0,02};$$

$$\text{к) } \frac{\left(1\frac{1}{12} + 2\frac{5}{32} + \frac{1}{24}\right) \cdot 9\frac{3}{5} + 2,13}{0,4}.$$

2. Найти значение выражения:

$$\text{а) } \frac{0,134 + 0,05}{18\frac{1}{6} - 1\frac{11}{14} - \frac{2}{15} \cdot 2\frac{6}{7}};$$

$$\text{б) } \frac{14 - \left(49\frac{1}{3} \div 16 - 14 \div 8\frac{1}{6}\right) \cdot 7}{1\frac{17}{18} \cdot \left(1\frac{59}{70} + \frac{37}{42} + 2\frac{19}{30}\right) - 10};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} & \frac{10\left(47\frac{1}{5} \div 12 - 20 \div 6\frac{3}{7}\right) - 1\frac{35}{36}}{6 - 1\frac{13}{15} \cdot \left(\frac{31}{42} + \frac{47}{56} + \frac{25}{48}\right)}; \\ \text{г)} & \frac{\left(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}\right) \div 0,8 + 2\frac{1}{9} \cdot 0,225}{8\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}}; \\ \text{д)} & \frac{3 \div \frac{2}{5} - 0,09 \div \left(0,15 \div 2\frac{1}{2}\right)}{0,32 \cdot 6 + 0,03 - (5,3 - 3,88) + 0,67}; \\ \text{е)} & \frac{9\frac{1}{6} - 1\frac{9}{14} - \frac{1}{30} \cdot 3\frac{1}{3} + \frac{1}{63}}{\frac{19}{96} + \left(8\frac{4}{15} - 6\frac{7}{24}\right) \div 0,8 - 1\frac{1}{2} \div 2,25}; \\ \text{ж)} & \frac{\left(13\frac{1}{4} - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 230,04 + 46,75}{0,01}; \\ \text{з)} & \frac{\left(68\frac{7}{30} - 66\frac{5}{18}\right) \div 6\frac{1}{9} + \left(\frac{7}{40} + \frac{3}{32}\right) \cdot 4,5}{0,04}; \\ \text{и)} & \frac{(2,1 - 1,965) \div (1,2 \cdot 0,045) - \frac{1 \div 0,25}{1,6 \cdot 0,625}}{0,00325 \div 0,013}; \\ \text{к)} & \frac{\left[\left(40\frac{7}{30} - 38\frac{5}{12}\right) \div 10,9 + \left(\frac{7}{8} - \frac{7}{30}\right) \cdot 1\frac{9}{11}\right] \cdot 4,2}{0,008}. \end{aligned}$$

**3. Обратить обыкновенные дроби в десятичные периодические:**

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \frac{3}{11}; & \text{б)} \frac{95}{333}; & \text{в)} \frac{35}{111}; \\ \text{г)} \frac{13}{15}; & \text{д)} \frac{7}{12}; & \text{е)} \frac{5}{9}. \end{array}$$

**4. Обратить чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:**

$$\begin{array}{lll} \text{а)} 0,(72); & \text{б)} 0,(42); & \text{в)} 0,(918); \\ \text{г)} 0,(513); & \text{д)} 0,(7263); & \text{е)} 0,(285714). \end{array}$$

**5. Обратить смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные:**

$$\begin{array}{lll} \text{а)} 0,3(6); & \text{б)} 0,0(27); & \text{в)} 0,11(6); \end{array}$$

г)  $0,2(35)$ ;

д)  $0,0(01)$ ;

е)  $0,5(3)$ .

**6.** При вычислении выражения  $z$  данные в условии задачи значения  $x$  и  $y$  округлили до целых значений и получили  $z_1$ . Найти абсолютную погрешность полученного результата:

а)  $z = 2 \cdot x + 2 \cdot y$ ,  $x = 5,7$ ,  $y = 2,1$ ,  $z_1 = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 2 = 16$ ;

б)  $z = x \cdot y$ ,  $x = 11,8$ ,  $y = 18,9$ ,  $z_1 = 12 \cdot 19 = 228$ ;

в)  $z = x - y$ ,  $x = 78,8$ ,  $y = 45,6$ ,  $z_1 = 79 - 46 = 33$ ;

г)  $z = \frac{1}{2}x - y$ ,  $x = 44,4$ ,  $y = 10,3$ ,  $z_1 = \frac{1}{2} \cdot 44 - 10 = 12$ .

**7.** Стороны прямоугольника равны  $a$  и  $b$  см. После измерения диагонали линейкой получили результат  $d$  см. Какова абсолютная погрешность этого приближения?

а)  $a = 9$ ,  $b = 12$  и  $d = 14,5$ ;

б)  $a = 8$ ,  $b = 6$  и  $d = 10,2$ ;

в)  $a = 4$ ,  $b = 3$  и  $d = 4,7$ ;

г)  $a = 3,5$ ,  $b = 12$  и  $d = 12,1$ ;

д)  $a = 1,2$ ,  $b = 0,5$  и  $d = 1,4$ ;

е)  $a = 1,48$ ,  $b = 1,11$  и  $d = 1,8$ .

**8.** Для вычисления периметра комнаты измерили ее длину и ширину. Получили  $a$  м и  $b$  м. Округлив полученные результаты до  $a_1$  м и  $b_1$  м соответственно, вычислили периметр комнаты  $P$  (м). Найти относительную погрешность полученного результата:

а)  $a = 9$ ,  $b = 4$ ,  $a_1 = 10$ ,  $b_1 = 4$ ,  $P = (10 + 4) \cdot 2 = 28$ ;

б)  $a = 5,6$ ,  $b = 3,2$ ,  $a_1 = 6$ ,  $b_1 = 3$ ,  $P = (6 + 3) \cdot 2 = 18$ ;

в)  $a = 3,6$ ,  $b = 4,5$ ,  $a_1 = 4$ ,  $b_1 = 5$ ,  $P = (4 + 5) \cdot 2 = 18$ ;

г)  $a = 2,5$ ,  $b = 1,7$ ,  $a_1 = 3$ ,  $b_1 = 2$ ,  $P = (3 + 2) \cdot 2 = 10$ ;

д)  $a = 4,6$ ,  $b = 3,4$ ,  $a_1 = 5$ ,  $b_1 = 3$ ,  $P = (5 + 3) \cdot 2 = 16$ .

**9.** Найти абсолютную и относительную погрешности приближенного значения, полученного в результате округления:

а) числа  $15,3$  до единиц;

б) числа  $496$  до десятков;

в) числа  $2,45$  до десятых;

г) числа  $0,3618$  до сотых;

д) числа  $24,3$  до единиц;

е) числа  $16,38$  до целых;

ж) числа  $2,13$  до десятых;

з) числа  $1067$  до десятков;

и) числа  $1,214$  до десятых;

к) числа  $563,58$  до единиц.

**10.** Решить уравнение на множестве комплексных чисел.

а)  $x^2 + 64 = 0$ ;

б)  $x^2 - 2x + 5 = 0$ ;

в)  $x^2 + 81 = 0$ ;

г)  $x^2 - 3x + 4 = 0$ ;

д)  $x^2 + 100 = 0$ ;

е)  $-2x^2 + 2x - 1 = 0$ ;

ж)  $x^2 + 121 = 0$ ;

з)  $-2x^2 - 3x - 2 = 0$ .



**11.** Указать действительную и мнимую части комплексного числа:

- а)  $z = 3 + i$ ;                      б)  $z = \sqrt{6} - i$ ;                      в)  $z = 5 - 9i$ ;  
г)  $z = -1 - 2i$ ;                      д)  $z = \sqrt{5} + \sqrt{3}i$ ;                      е)  $z = 7 + 6i$ .

**12.** Найти комплексное число, сопряженное данному числу:

- а)  $z = -1 + 8i$ ;                      б)  $z = 2 - 3i$ ;                      в)  $z = 8 - 7i$ ;  
г)  $z = 6 - 7i$ ;                      д)  $z = 5 + 5i$ ;                      е)  $z = -4 - 2i$ .

**13.** Изобразить комплексное число в комплексной плоскости:

- а)  $z = -4 + 6i$ ;                      б)  $z = -3i$ ;                      в)  $z = 8 + 8i$ ;  
г)  $z = 4$ ;                      д)  $z = 6 - 6i$ ;                      е)  $z = -4 - i$ .

**14.** Найти модуль комплексного числа.

- а)  $z = -1 - 4i$ ;                      б)  $z = -2$ ;                      в)  $z = -4 + 3i$ ;  
г)  $z = 6 + 4i$ ;                      д)  $z = -5i$ ;                      е)  $z = -1 + 3i$ .

**15.** Даны комплексные числа  $z_1$  и  $z_2$ . Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $\frac{z_2}{z_1}$ :

- а)  $z_1 = 7 + 4i$  и  $z_2 = -4 - 4i$ ;                      б)  $z_1 = 5 + 9i$  и  $z_2 = 3 - 6i$ ;  
в)  $z_1 = 15 + 6i$  и  $z_2 = 6 + 2i$ ;                      г)  $z_1 = -10 + 3i$  и  $z_2 = 8 + i$ ;  
д)  $z_1 = -5 - 7i$  и  $z_2 = 8 + 6i$ ;                      е)  $z_1 = -2 + 9i$  и  $z_2 = 9 + 3i$ ;  
ж)  $z_1 = 6 + 7i$  и  $z_2 = 11 + 3i$ ;                      з)  $z_1 = 12 - 2i$  и  $z_2 = 4 - 6i$

## Тема 1.2. Корни и степени

**16.** Проверить справедливость равенства:

- а)  $\sqrt[3]{-343} = -7$ ;                      б)  $\sqrt[4]{16} = 2$ ;  
в)  $\sqrt[5]{-243} = -3$ ;                      г)  $\sqrt[6]{64} = 2$ ;  
д)  $\sqrt[7]{-1} = -1$ ;                      е)  $\sqrt[10]{1024} = 2$ ;  
ж)  $\sqrt[17]{1} = 1$ ;                      з)  $\sqrt[9]{0} = 0$ .

**17.** Вычислить:

- а)  $\sqrt{361}$ ;                      б)  $\sqrt[3]{1331}$ ;  
в)  $\sqrt[3]{64}$ ;                      г)  $\sqrt[4]{81}$ ;  
д)  $\sqrt[3]{-27}$ ;                      е)  $\sqrt[5]{-32}$ ;  
ж)  $\sqrt[3]{0,125}$ ;                      з)  $\sqrt[4]{0,0081}$ .

**18.** Вычислить:

- а)  $\sqrt[3]{\frac{54}{16}}$ ;                      б)  $\sqrt[3]{\frac{192}{375}}$ ;

в)  $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$ ;

г)  $\sqrt[4]{\frac{405}{80}}$ ;

д)  $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$ ;

е)  $\sqrt[5]{\frac{486}{64}}$ ;

ж)  $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$ ;

з)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ .

**19. Вычислить:**

а)  $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ ;

б)  $\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}$ ;

в)  $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ ;

г)  $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$ ;

д)  $\sqrt[4]{39\frac{1}{16}}$ ;

е)  $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$ .

**20. Найти значение числового выражения:**

а)  $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$ ;

б)  $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$ ;

в)  $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$ ;

г)  $12 - 6\sqrt[3]{-0,125}$ .

**21. Найти значение числового выражения.**

а)  $(\sqrt[3]{7})^3$ ;

б)  $(\sqrt[3]{-4})^3$ ;

в)  $(-\sqrt[4]{11})^4$ ;

г)  $(-\sqrt[6]{2})^6$ ;

д)  $(-3\sqrt[4]{2})^4$ ;

е)  $(-2\sqrt[5]{5})^5$ ;

ж)  $(2\sqrt[5]{-2})^5$ ;

з)  $5\sqrt[8]{(-9)^8}$ .

**22. Найти значение числового выражения:**

а)  $\sqrt[3]{8 \cdot 343}$ ;

б)  $\sqrt[4]{16 \cdot 625}$ ;

в)  $\sqrt[4]{0,0001 \cdot 16}$ ;

г)  $\sqrt[5]{32 \cdot 243}$ ;

д)  $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$ ;

е)  $\sqrt[3]{24 \cdot 9}$ ;

ж)  $\sqrt[4]{48 \cdot 27}$ ;

з)  $\sqrt[5]{160 \cdot 625}$ .

**23. Найти значение числового выражения:**

а)  $\sqrt[3]{63} \cdot \sqrt[3]{147}$ ;

б)  $\sqrt[4]{112} \cdot \sqrt[4]{343}$ ;

в)  $\sqrt[5]{27} \cdot \sqrt[5]{9}$ ;

г)  $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$ ;

д)  $\sqrt[6]{32} \cdot \sqrt[6]{2}$ ;

е)  $\sqrt[7]{16} \cdot \sqrt[7]{-8}$ ;

$$\text{ж) } \sqrt[3]{21\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{3};$$

$$\text{з) } \sqrt[5]{1\frac{17}{32}} \cdot \sqrt[5]{\frac{32}{49}};$$

$$\text{и) } \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9};$$

$$\text{к) } \sqrt[3]{-25} \cdot \sqrt[6]{25}.$$

**24.** Найти значение числового выражения:

$$\text{а) } \sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}};$$

$$\text{б) } \sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{7}};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{10+\sqrt{73}} \cdot \sqrt[3]{10-\sqrt{73}};$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{8-\sqrt{56}} \cdot \sqrt[3]{8+\sqrt{56}};$$

$$\text{д) } \sqrt[4]{11+\sqrt{40}} \cdot \sqrt[4]{11-\sqrt{40}};$$

$$\text{е) } \sqrt[4]{7-\sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{7+\sqrt{33}}.$$

**25.** Найти значение числового выражения:

$$\text{а) } \frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{486}};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[6]{2}};$$

$$\text{д) } \frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{-9}};$$

$$\text{е) } \frac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{-5}};$$

$$\text{ж) } \frac{\sqrt[5]{3125}}{\sqrt[10]{1024}};$$

$$\text{з) } \frac{\sqrt[6]{729}}{\sqrt[3]{1728}}.$$

**26.** Найти значение числового выражения:

$$\text{а) } \sqrt{4^3};$$

$$\text{б) } \sqrt{16^4};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{\sqrt{729}};$$

$$\text{г) } \sqrt[5]{\sqrt{1024}};$$

$$\text{д) } \sqrt[5]{59049};$$

$$\text{е) } \sqrt[2]{128};$$

$$\text{ж) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{9}} \cdot \sqrt[9]{3^7};$$

$$\text{з) } \sqrt[4]{\sqrt[3]{49}} \cdot \sqrt[6]{7^5}.$$

**27.** Сравнить числа:

$$\text{а) } \sqrt[5]{2} \text{ и } \sqrt[5]{3};$$

$$\text{б) } \sqrt[8]{0,2} \text{ и } \sqrt[8]{0,3};$$

$$\text{в) } \sqrt{0,3} \text{ и } \sqrt[5]{0,05};$$

$$\text{г) } \sqrt{5} \text{ и } \sqrt[8]{500};$$

$$\text{д) } \sqrt[3]{11} \text{ и } \sqrt[6]{119};$$

$$\text{е) } \sqrt[4]{27} \text{ и } \sqrt[3]{9};$$

$$\text{ж) } \sqrt[3]{\sqrt{27}} \text{ и } \sqrt[3]{3};$$

$$\text{з) } \sqrt[3]{7} \text{ и } \sqrt{3\sqrt{2}}.$$

**28.** Вынести множитель из-под знака корня ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ):

$$\text{а) } \sqrt{45a^4b^6};$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{54a^{10}};$$

$$\text{в) } \sqrt[4]{243b^4};$$

$$\text{г) } \sqrt[4]{6a^{12}b^6};$$

$$\text{д) } \sqrt[5]{-128a^7};$$

$$\text{е) } \sqrt[6]{64a^8b^{11}};$$

$$\text{ж) } \sqrt[7]{\frac{5a^7}{b^{21}}};$$

$$\text{з) } \sqrt[4]{\frac{16b}{81a^8}};$$

и)  $\sqrt[4]{\frac{343}{a^{10}b}}$ ;

к)  $\sqrt[4]{\frac{125b^5}{a^{11}}}$ .

**29.** Внести множитель под знак корня ( $a > 0, b > 0$ ):

а)  $-ab\sqrt[3]{-4}$ ;

б)  $a\sqrt[4]{7}$ ;

в)  $-b^4\sqrt[3]{3}$ ;

г)  $2ab\sqrt[6]{3a^2b}$ ;

д)  $ab^8\sqrt[8]{\frac{5b^3}{a^7}}$ ;

е)  $-2ab^2\sqrt[4]{\frac{1}{8ab}}$ ;

ж)  $5a^3\sqrt[3]{\frac{2}{125a^2b^2}}$ ;

з)  $-2ab^6\sqrt[6]{\frac{3}{a^5b^7}}$ .

**30.** Представить выражение в виде дроби, знаменатель которой не содержит знака корня:

а)  $\frac{5}{3\sqrt[5]{5}}$ ;

б)  $\frac{a}{\sqrt[3]{2}}$ ;

в)  $\frac{4}{x^4\sqrt[4]{4}}$ ;

г)  $\frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ ;

д)  $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ ;

е)  $\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ ;

ж)  $\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}-1}$ ;

з)  $\frac{a-\sqrt{2}}{a+\sqrt{2}}$ .

**31.** Найти значение числового выражения:

а)  $\sqrt[4]{40 \cdot 250} + \sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{18}$ ;

б)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} : \sqrt{15} - 1 + \sqrt[3]{0,064 \cdot 216}$ ;

в)  $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{10} + \sqrt[4]{10^3} \cdot \sqrt[4]{0,001} \cdot \sqrt[4]{16}$ ;

г)  $\sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{16} + \sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{72}$ ;

д)  $\sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt{18} + \sqrt[3]{-0,001}$ ;

е)  $\sqrt{(-5)^2 \cdot 3^4} + \sqrt[3]{-81} \cdot \sqrt[3]{-9} + \sqrt{121}$ ;

ж)  $2\sqrt{3} + 5\sqrt{75} - 3\sqrt{108} - 4\sqrt{27}$ ;

з)  $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt{121} + \sqrt[3]{0,0002} \cdot \sqrt[3]{0,04}$ .

**32.** Найти значение числового выражения:

а)  $\frac{\sqrt[3]{90} \cdot \sqrt[3]{240}}{\sqrt[3]{800}} + \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{0,2} - 1$ ; б)  $\frac{\sqrt[3]{297} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt[3]{88}} + \sqrt[3]{3^6 \cdot (-5)^3}$ ;

$$\begin{array}{ll} \text{в)} \frac{\sqrt[4]{\frac{12}{5}} \cdot \sqrt[4]{108}}{\sqrt[4]{125}} + \sqrt[3]{0,064 \cdot 0,216}; & \text{г)} \frac{7\sqrt{50}}{\sqrt{0,98}} - 3 \cdot \sqrt[3]{-0,2} \cdot \sqrt[3]{-0,04}; \\ \text{д)} \sqrt[3]{(-5)^2} \cdot \sqrt[3]{-5} + \frac{\sqrt[3]{297} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt[3]{88}}; & \text{е)} \sqrt[3]{0,064 \cdot 216} + \frac{\sqrt[3]{90} \cdot \sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{80}}. \end{array}$$

**33. Решить уравнение:**

а)  $x^3 = 125$ ;

б)  $x^5 = 32$ ;

в)  $x^9 = 1$ ;

г)  $x^7 = \frac{1}{128}$ ;

д)  $0,02x^6 - 1,28 = 0$ ;

е)  $0,3x^9 - 2,4 = 0$ ;

ж)  $-\frac{3}{4}x^8 + 18\frac{3}{4} = 0$ ;

з)  $\frac{1}{8}x^4 - 2 = 0$ .

**34. Решить уравнения:**

а)  $\sqrt{x^4 + 19} = 10$ ;

б)  $\sqrt{61 - x^2} = 5$ ;

в)  $\sqrt[3]{x^2 - 28} = 2$ ;

г)  $\sqrt[3]{x - 9} = -3$ ;

д)  $\sqrt[3]{x^2 - 9x - 19} = -3$ ;

е)  $\sqrt[4]{x^2 - 10x + 25} = 2$ ;

ж)  $\sqrt[6]{x^2 - 5x + 68} = 2$ ;

з)  $\sqrt[6]{x^2 + 7x + 13} = 1$ .

**35. Расположить числа в порядке возрастания:**

а)  $2, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{17}$ ;

б)  $3, \sqrt[5]{40}, \sqrt[3]{7}$ ;

в)  $\sqrt[3]{75}, 4, \sqrt[5]{100}$ ;

г)  $2, \sqrt[6]{60}, \sqrt[4]{20}$ .

**36. Расположить числа в порядке убывания:**

а)  $-1, \sqrt[3]{-5}, \sqrt[4]{0,1}$ ;

б)  $-2, \sqrt[5]{-1,5}, \sqrt[3]{9}$ ;

в)  $0, \sqrt[3]{-0,25}, \sqrt[5]{-29}$ ;

г)  $1, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{-2}$ .

**37. Представить в виде корня из числа выражение:**

а)  $15^{0,4}$ ;

б)  $2^{-0,6}$ ;

в)  $5^{0,8}$ ;

г)  $1,3^{-2,4}$ ;

д)  $3^{2,5}$ ;

е)  $6^{-3,5}$ ;

ж)  $2,1^{5,2}$ ;

з)  $2^{-5,6}$ .

**38. Представить в виде корня из числа выражение:**

а)  $2^{\frac{3}{7}}$ ;

б)  $12^{\frac{3}{7}}$ ;

в)  $3^{\frac{4}{5}}$ ;

г)  $11^{\frac{3}{4}}$ ;

д)  $7^{\frac{5}{6}}$ ;

е)  $3^{\frac{4}{7}}$ ;

ж)  $13^{\frac{6}{7}}$ ;

з)  $7^{\frac{6}{5}}$ .

**39.** Представить выражение в виде степени с рациональным показателем:

а)  $\sqrt{7^9}$ ;

б)  $\sqrt{5^{-3}}$ ;

в)  $\sqrt[3]{2,1^5}$ ;

г)  $\sqrt[3]{4^{-7}}$ ;

д)  $\sqrt[4]{7,1^3}$ ;

е)  $\sqrt[4]{5^{-6}}$ ;

ж)  $\sqrt[5]{9^2}$ ;

з)  $\sqrt[5]{13^{-2}}$ .

**40.** Вычислить:

а)  $49^{\frac{1}{2}}$ ;

б)  $4^{\frac{1}{2}}$ ;

в)  $1000^{\frac{1}{3}}$ ;

г)  $8^{\frac{1}{3}}$ ;

д)  $9^{\frac{2}{2}}$ ;

е)  $32^{\frac{1}{5}}$ ;

ж)  $0,16^{\frac{1}{2}}$ ;

з)  $16^{\frac{1}{4}}$ .

**41.** Упростить выражение:

а)  $c^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{1}{3}}$ ;

б)  $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{2}}$ ;

в)  $d^5 \cdot d^{\frac{1}{2}}$ ;

г)  $m^{\frac{1}{3}} \div m^2$ ;

д)  $b^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$ ;

е)  $y^{-\frac{5}{6}} \div y^{\frac{1}{3}}$ ;

ж)  $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{6}}$ ;

з)  $z^{\frac{1}{5}} \div z^{-\frac{1}{2}}$ .

**42.** Упростить выражение:

а)  $\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ ;

б)  $\left(a^{0,4}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8}$ ;

в)  $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}$ ;

г)  $\left(b^{0,8}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(b^{-\frac{2}{5}}\right)^{-1,5}$ ;

д)  $\left(c^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ ;

е)  $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{5}{4}} \cdot \left(\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{17}{4}}$ ;

ж)  $\left(p^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{9}}$ ;

з)  $\sqrt[10]{c} \cdot \left(c^{-1,2}\right)^{\frac{3}{4}}$ .

**43. Упростить выражение:**

а)  $\frac{y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{2}{3}}}{y^{-0,5}};$

б)  $\frac{y^{3,5} \cdot y^{-2,7}}{y^{2,9} \cdot y^{-3,1}};$

в)  $\frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{12}}};$

г)  $\frac{x^{4,8} \cdot x^{-5,2}}{x^{-3,4} \cdot x^2};$

д)  $\frac{(x^7)^{0,7}}{x^{-0,4}};$

е)  $\frac{x^{0,35} \cdot x^{-0,15}}{x^{0,1} \cdot x^{-4,1}};$

ж)  $\frac{(y^{0,1})^{0,3}}{(y^{0,05})^{-3,4}};$

з)  $\frac{x^{3,5} \cdot x^{-2,7}}{x^{0,2} \cdot x^{1,6}}.$

**44. Сравнить числа:**

а)  $\sqrt[7]{3^3}$  и  $3^{\frac{19}{8}};$

б)  $0,4^{-2,7}$  и  $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{15}{7}};$

в)  $\sqrt[3]{6^5}$  и  $6^{1,7};$

г)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{3}}$  и  $\sqrt[7]{\frac{1}{32}}.$

**45. Вычислить значение выражения:**

а)  $16^{\frac{1}{2}} + 5 \cdot 27^{\frac{1}{3}};$

б)  $9^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot 125^{\frac{1}{3}};$

в)  $(2^{\frac{1}{7}})^{1,4} \cdot 4^{0,1};$

г)  $\left(3^{\frac{1}{9}}\right)^{1,8} \cdot 9^{0,1};$

д)  $(2^{0,5})^{-0,5} \cdot (0,5)^{-1,25};$

е)  $(5^{0,6})^{-0,6} \cdot (0,2)^{-2,36};$

ж)  $16^{0,125} \cdot 8^{\frac{5}{6}} \cdot 4^{2,5};$

з)  $81^{0,25} \cdot 27^{\frac{1}{6}} \cdot 9^{0,75}.$

**46. Вычислить значение выражения:**

а)  $\frac{32^{0,2} \cdot 9^{0,5}}{8^{\frac{1}{3}}};$

б)  $\frac{27^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}}{36^{0,5}};$

в)  $\frac{32^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}{4 \cdot 27^{\frac{1}{3}}};$

г)  $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}}{4 \cdot 9^{0,5}};$

д)  $\frac{81^{0,4} \cdot 3^{0,5}}{9^{0,3} \cdot 27^{\frac{1}{6}}};$

е)  $\frac{32^{0,42} \cdot 4^{0,6}}{16^{0,3} \cdot 2^{0,1}};$

$$\text{ж) } \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}}{3^0 + 25^{0,5}};$$

$$\text{з) } \frac{49^{0,5} - 4^{\frac{1}{2}}}{625^{0,25} - 5^0}.$$

### Тема 1.3. Логарифм

**47.** Найти логарифм по основанию  $a$  числа, представленного в виде степени с основанием  $a$ :

$$\text{а) } 3^2 = 9;$$

$$\text{б) } 2^{-3} = \frac{1}{8};$$

$$\text{в) } 4^2 = 16;$$

$$\text{г) } 5^{-2} = \frac{1}{25};$$

$$\text{д) } 9^{\frac{1}{2}} = 3;$$

$$\text{е) } 7^0 = 1;$$

$$\text{ж) } 32^{\frac{1}{5}} = 2;$$

$$\text{з) } 3^{-1} = \frac{1}{3};$$

$$\text{и) } 27^{\frac{2}{3}} = 9;$$

$$\text{к) } 32^{\frac{3}{5}} = 8;$$

$$\text{л) } 81^{\frac{3}{4}} = 27;$$

$$\text{м) } 125^{\frac{2}{3}} = 25.$$

**48.** Проверить справедливость равенств:

$$\text{а) } \log_3 \frac{1}{81} = -4;$$

$$\text{б) } \log_{16} 1 = 0;$$

$$\text{в) } \log_4 16 = 2;$$

$$\text{г) } \log_5 125 = 3;$$

$$\text{д) } \log_5 0,04 = -2;$$

$$\text{е) } \ln \sqrt{e} = \frac{1}{2};$$

$$\text{ж) } \lg 0,01 = -2;$$

$$\text{з) } \log_3 \frac{1}{243} = -5;$$

$$\text{и) } \log_{\sqrt{2}} 8 = 6;$$

$$\text{к) } \log_{\sqrt{\frac{1}{3}}} 27 = -6;$$

$$\text{л) } \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2;$$

$$\text{м) } \log_{0,5} 4 = -2.$$

**49.** Найти логарифмы данных чисел по основанию  $a$ :

$$\text{а) } 25, \frac{1}{5}, \sqrt{5} \text{ при } a = 5;$$

$$\text{б) } 64, \frac{1}{8}, 2 \text{ при } a = 8;$$

$$\text{в) } 64, \frac{1}{4}, \sqrt{2} \text{ при } a = 2;$$

$$\text{г) } 27, \frac{1}{9}, \sqrt{3} \text{ при } a = 3.$$

**50.** Вычислить:

$$\text{а) } \log_2 16;$$

$$\text{б) } \log_2 64;$$

$$\text{в) } \log_2 2;$$

$$\text{г) } \log_2 \frac{1}{2};$$

$$\text{д) } \log_2 \frac{1}{8};$$

$$\text{е) } \log_2 \sqrt{2};$$

$$\text{ж) } \log_3 27;$$

$$\text{з) } \log_3 81;$$

$$\text{и) } \log_3 1;$$

$$\text{к) } \log_3 \frac{1}{9};$$

$$\text{л) } \log_3 \frac{1}{3};$$

$$\text{м) } \log_3 \sqrt[4]{3}.$$

**51.** Вычислить:

$$\text{а) } \log_{0,5} 1;$$

$$\text{б) } \log_{0,5} 0,125;$$

$$\text{в) } \log_{0,5} \frac{1}{2};$$



г)  $\log_{\frac{1}{2}} 4$ ;                      д)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$ ;                      е)  $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2}$ .

**52. Вычислить:**

а)  $\log_5 625$ ;                      б)  $\log_6 216$ ;  
 в)  $\log_4 \frac{1}{16}$ ;                      г)  $\log_5 \frac{1}{125}$ ;  
 д)  $\log_{\frac{1}{5}} 125$ ;                      е)  $\log_{\frac{1}{3}} 27$ ;  
 ж)  $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$ ;                      з)  $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{36}$ .

**53. Вычислить:**

а)  $3^{\log_3 18}$ ;                      б)  $5^{\log_5 16}$ ;                      в)  $10^{\log_{10} 2}$ ;  
 г)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3}$ ;                      д)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 2}$ ;                      е)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}$ .

**54. Вычислить:**

а)  $3^{5\log_3 2}$ ;                      б)  $0,3^{2\log_{0,3} 6}$ ;                      в)  $7^{\frac{1}{2}\log_7 9}$ ;  
 г)  $8^{\log_2 5}$ ;                      д)  $9^{\log_3 12}$ ;                      е)  $16^{\log_4 7}$ ;  
 ж)  $9^{2\log_3 5}$ ;                      з)  $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}\log_3 4}$ ;                      и)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-5\log_2 3}$ .

**55. Вычислить:**

а)  $2^{3+\log_2 9}$ ;                      б)  $3^{1+\log_3 2}$ ;                      в)  $e^{\ln 2 + \ln 3}$ ;  
 г)  $7^{1+\log_3 7}$ ;                      д)  $\sqrt{7}^{4+\log_{\sqrt{7}} 0,5}$ ;                      е)  $10^{\lg \frac{3}{5} + \lg 5}$ ;  
 ж)  $2^{2-\log_2 5}$ ;                      з)  $5^{1-\log_5 3}$ ;                      и)  $3^{4-\log_3 5}$ ;  
 к)  $10^{\lg 3 - \lg 2}$ ;                      л)  $8^{\log_8 3 - 2}$ ;                      м)  $0,5^{\log_{0,5} 4 - 1}$ .

**56. Вычислить:**

а)  $\log_{128} 64$ ;                      б)  $\log_{27} 243$ ;  
 в)  $\log_{64} 256$ ;                      г)  $\log_{81} 27$ ;  
 д)  $\log_2 \sqrt[4]{2}$ ;                      е)  $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}}$ ;  
 ж)  $\log_{0,5} \frac{1}{\sqrt{32}}$ ;                      з)  $\log_7 \frac{\sqrt[3]{7}}{49}$ ;  
 и)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4\sqrt[3]{2}}$ ;                      к)  $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3\sqrt[4]{3}}$ .

**57. Вычислить:**

а)  $\log_{128} 64$ ;

в)  $\log_2 \log_3 81$ ;

д)  $\log_4 \log_5 25$ ;

ж)  $\log_{\sqrt{5}} \log_2 32$ ;

и)  $\log_2 \log_6 \sqrt[4]{6}$ ;

б)  $\log_{27} 243$ ;

г)  $\log_3 \log_2 8$ ;

е)  $\log_3 \log_9 729$ ;

з)  $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ ;

к)  $\log_{\sqrt{7}} \log_2 128$ .

**58. Вычислить:**

а)  $2 \log_{27} \log_{10} 1000$ ;

в)  $4 \log_2 \log_3 81$ ;

д)  $5 \log_2 \log_2 256$ ;

ж)  $6 \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ ;

и)  $3 \log_2 \log_4 16 + \log_{\frac{1}{2}} 2$ ;

б)  $\frac{1}{2} \log_9 \log_3 27$ ;

г)  $\frac{1}{3} \log_9 \log_2 8$ ;

е)  $\frac{1}{4} \log_3 \log_6 216$ ;

з)  $\frac{1}{6} \log_3 \log_2 8$ ;

к)  $2 \log_4 \log_{16} 256 + \log_{\sqrt{2}} 8$ .

**59. Вычислить:**

а)  $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$ ;

в)  $\log_3 6,75 + \log_3 4$ ;

д)  $\lg 8 + \lg 125$ ;

ж)  $\log_2 \frac{1}{3} + \log_2 \frac{3}{2}$ ;

и)  $\log_{\frac{1}{13}} 7 + \log_{\frac{1}{13}} \frac{169}{7}$ ;

л)  $\log_{\frac{1}{4}} \frac{3}{8} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{4}{3}$ ;

б)  $\log_6 2 + \log_6 3$ ;

г)  $\log_{12} 4 + 2 \log_{12} 6$ ;

е)  $\lg 25 + \lg 4$ ;

з)  $\log_3 \frac{4}{7} + \log_3 \frac{567}{4}$ ;

к)  $\log_{\frac{1}{2}} 6 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{16}{3}$ ;

м)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2}{5} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{45}{2}$ .

**60. Вычислить:**

а)  $\log_5 75 - \log_5 3$ ;

в)  $\log_7 63 - \log_7 9$ ;

д)  $\lg 50 - \lg 5$ ;

ж)  $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$ ;

и)  $\log_{\frac{1}{4}} 48 - \log_{\frac{1}{4}} 3$ ;

б)  $\log_2 15 - \log_2 30$ ;

г)  $\log_2 24 - \log_2 3$ ;

е)  $\lg 3 - \lg 30$ ;

з)  $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$ ;

к)  $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$ ;

$$\text{л) } \log_{\frac{1}{5}} \frac{3}{7} - \log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{15};$$

$$\text{м) } \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} - \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{40}.$$

61. Вычислить:

$$\text{а) } \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20;$$

$$\text{б) } \log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10;$$

$$\text{в) } \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21};$$

$$\text{г) } 2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}.$$

62. Вычислить:

$$\text{а) } \frac{\log_5 27}{\log_5 9};$$

$$\text{б) } \frac{\log_3 8}{\log_3 16};$$

$$\text{в) } \frac{\log_7 8}{\log_7 0,5};$$

$$\text{г) } \frac{\log_2 3}{\log_2 9};$$

$$\text{д) } \frac{\log_4 9}{2 \log_2 3};$$

$$\text{е) } \frac{\log_{\frac{1}{8}} 16}{-3 \log_{\frac{1}{8}} 2};$$

$$\text{ж) } \frac{\log_{\frac{1}{36}} 7}{\log_{36} 49};$$

$$\text{з) } \frac{-3 \log_{\frac{1}{16}} 19}{\log_{0,25} 19};$$

$$\text{и) } \frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9};$$

$$\text{к) } \frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30};$$

$$\text{л) } \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150};$$

$$\text{м) } \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}.$$

#### Тема 1.4. Преобразования алгебраических выражений

63. Упростить выражение:

$$\text{а) } (16a^2 - 1) \cdot \left( \frac{1}{4a+1} - \frac{1}{4a-1} \right);$$

$$\text{б) } (9a^2 - 49) \cdot \left( \frac{1}{3a+7} - \frac{1}{3a-7} \right);$$

$$\text{в) } (49a^2 - 64) \cdot \left( \frac{1}{7a-8} - \frac{1}{7a+8} \right);$$

$$\text{г) } (49a^2 - 9) \cdot \left( \frac{1}{7a-3} - \frac{1}{7a+3} \right).$$

64. Упростить выражение.

$$\text{а) } \frac{1}{a+1} + \frac{2a-10}{a^2-a-2} + \frac{a}{a-2};$$

$$\text{б) } \frac{1}{a-3} - \frac{10-a}{a^2+a-12} + \frac{3a}{a+4};$$

$$\text{в) } \frac{3}{b-4} + \frac{4b-6}{b^2-3b-4} + \frac{2b}{b+1};$$

$$\text{г) } \frac{2}{b-2} + \frac{3b-21}{b^2+b-6} + \frac{2b}{b+3};$$

$$\text{д) } \frac{c+1}{c+2} - \frac{c-1}{2c-1} \cdot \frac{4c^2-1}{c^2+c-2};$$

$$\text{е) } \frac{c-1}{c-2} - \frac{c+1}{3c+1} \cdot \frac{9c^2-1}{c^2-c-2};$$

$$\text{ж)} \frac{4y^2 - 1}{y^2 - 5y + 6} \cdot \frac{y - 2}{2y + 1} - \frac{y + 1}{y - 3}; \quad \text{з)} \frac{y^2 - 1}{y^2 + 5y + 6} \cdot \frac{y + 2}{y + 1} - \frac{y - 1}{y + 3}.$$

**65.** Упростить выражение:

$$\begin{aligned} \text{а)} \frac{(a+b)^3 - (a-b)^3}{2b(3a^2 + b^2)} + 1; & \quad \text{б)} \frac{(5a+3)(a-1)}{2(a^2-1)} - \frac{6a+3}{3a+3}; \\ \text{в)} \frac{(a-2)^2}{a^2-5a} \cdot \frac{2a-10}{4-a^2} + \frac{2a-4}{a(a+2)}; & \quad \text{г)} \left( \frac{8a^3+b^3}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b^{-1}} \right) \div \frac{a^2}{2a-b}; \\ \text{д)} \frac{m^4-49}{m^2+7} - \frac{m^6-343}{m^4+7m^2+49}; & \\ \text{е)} \frac{x^3-y^3}{(3x+y)^2-8x^2-5xy} + \frac{(x+y^2)(x^2+y)-xy(xy+1)}{x^2-xy+y^2}. & \end{aligned}$$

**66.** Доказать тождество:

$$\begin{aligned} \text{а)} \frac{a^2+2a+1}{a^2+ab+b^2} + \frac{7a-7b}{a^3-b^3} &= \frac{a^2+2a+8}{a^2+ab+b^2}; \\ \text{б)} \frac{x^3+y^3}{x+y} - \frac{x^4-y^4}{x^2-y^2} + \frac{2x^2y+2xy^2}{x+y} &= xy; \\ \text{в)} \left( \frac{2x+1}{x+2} - \frac{4x+2}{4-x^2} \right) \div \frac{2x+1}{x-2} + \frac{2}{x+2} &= 1; \\ \text{г)} \frac{8-n^3}{2+n} \div \left( 2 + \frac{n^2}{2+n} \right) - \frac{n^2}{n-2} \cdot \frac{4-n^2}{n^2+2n} &= 2; \\ \text{д)} \left( \frac{12}{5a^2+a-4} - \frac{a+1}{3(5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} &= \frac{5-a}{a+1}; \\ \text{е)} \frac{a}{2} - \left( \frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2}{1-a} \right) \div \frac{a^3+a^2+2a}{a^3-1} &= \frac{a^2-4}{2a}. \end{aligned}$$

**67.** Найти значение выражения:

$$\begin{aligned} \text{а)} (3\sqrt{5}-2)(3\sqrt{5}-1) + 9\sqrt{5}; & \quad \text{б)} (5\sqrt{8}-32) \cdot (5\sqrt{8}-18) + 250\sqrt{5}; \\ \text{в)} (1+\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} - 3; & \quad \text{г)} (1-\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} - 5; \\ \text{д)} \left( \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} \right)^2; & \quad \text{е)} \left( \sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}} \right)^2. \end{aligned}$$

**68.** Найти значение выражения:

$$\text{а)} \left( \sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{16\frac{2}{3}} \right) \div \sqrt{\frac{2}{27}}; \quad \text{б)} \left( \sqrt{2\frac{2}{5}} - \sqrt{5\frac{2}{5}} \right) \div \sqrt{\frac{3}{125}};$$

$$в) \left( \sqrt{3\frac{1}{3}} - \sqrt{7\frac{1}{2}} \right) \div \sqrt{\frac{5}{24}};$$

$$г) \left( \sqrt{3\frac{3}{5}} - \sqrt{6\frac{2}{5}} \right) \div \sqrt{\frac{2}{45}};$$

$$д) \left( \sqrt{16\frac{9}{10}} + \sqrt{19\frac{6}{10}} \right) \div \frac{1}{\sqrt{250}};$$

$$е) \left( \sqrt{4\frac{1}{6}} + \sqrt{1\frac{1}{2}} \right) \div \frac{\sqrt{150}}{3}.$$

**69.** Найти значение выражения:

$$а) \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{48} + \sqrt{32}};$$

$$б) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{45} - \sqrt{27}};$$

$$в) \frac{(\sqrt{11} + \sqrt{5})^2}{8 + \sqrt{55}};$$

$$г) \frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}.$$

**70.** Найти значение числового выражения:

$$а) \sqrt[5]{-\frac{243}{1024}} \cdot \sqrt[3]{-4\frac{17}{27}};$$

$$б) \frac{\sqrt[3]{(4 + \sqrt{17})^2}}{\sqrt[3]{4 - \sqrt{17}}} + \sqrt{17};$$

$$в) \sqrt[5]{1\frac{11}{16}} \cdot 4,5 - \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{288}};$$

$$г) \sqrt[4]{3\frac{3}{8}} \cdot 1\frac{1}{2} + \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{80}};$$

$$д) \sqrt[6]{\frac{64}{100000000}} \cdot \sqrt[4]{39\frac{1}{16}} \div \sqrt[3]{-3\frac{19}{27}}.$$

**71.** Упростить выражение:

$$а) 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}};$$

$$б) 0,6^{\frac{1}{8}} \cdot 5^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{7}{8}};$$

$$в) 35^{7,2} \cdot 7^{-6,2} \div 5^{4,2};$$

$$г) 21^{0,7} \cdot 7^{0,3} \div 3^{-0,3};$$

$$д) 121^{0,16} \cdot 11^{1,68};$$

$$е) 8^{0,76} \cdot 64^{0,12};$$

$$ж) 4^{0,03} \cdot 8^{0,98};$$

$$з) 5^{0,06} \cdot 25^{0,97}.$$

**72.** Упростить выражение:

$$а) \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}};$$

$$б) \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{28^{2,3}};$$

$$в) \frac{3^{6,5}}{9^{2,25}};$$

$$г) \frac{7^{6,2}}{49^{2,6}};$$

$$д) \frac{\left( 3^{\frac{4}{7}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \right)^{21}}{6^{12}};$$

$$е) \frac{\left( 5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}} \right)^{15}}{35^9};$$

$$ж) \left( \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2;$$

$$з) \left( \frac{9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{9}} \right)^3.$$

**73.** Найти значение выражения:

а)  $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{3}{5}}$ ;

б)  $0,001^{\frac{1}{3}} - (-2)^{-2} 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-\frac{1}{3}} + (9^0)^2$ ;

в)  $27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - 25^{0,5}$ ;

г)  $(-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + 19(-3)^{-3}$ .

**74.** Упростить выражение:

а)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \left(x^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}$ ;

б)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot (x^4)^{-\frac{1}{6}}$ ;

в)  $\frac{x \cdot \sqrt[5]{x^3}}{x^{-\frac{2}{5}}}$ ;

г)  $\frac{\sqrt[7]{x} \cdot \sqrt[7]{x^4}}{x^{-\frac{2}{7}}}$ ;

д)  $\sqrt[5]{x} \cdot \left(x^{\frac{9}{10}}\right)^2$ ;

е)  $\frac{m \cdot m^{\frac{1}{4}}}{(\sqrt[4]{m})^{-1}}$ ;

ж)  $(9m)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{m^6}{16}}$ ;

з)  $(4x)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^6}{16}}$ .

**75.** Разложить на множители:

а)  $3 + 3^{\frac{1}{2}}$ ;

б)  $4 - 4^{\frac{1}{3}}$ ;

в)  $a - a^{\frac{1}{2}}$ ;

г)  $c^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{4}}$ ;

д)  $(ax)^{\frac{1}{3}} + (ay)^{\frac{1}{3}}$ ;

е)  $(3x)^{\frac{1}{2}} - (5x)^{\frac{1}{2}}$ ;

ж)  $x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}} + 1$ ;

з)  $a + b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}$ .

**76.** Упростить выражения:

а)  $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}$ ;

б)  $\frac{x^{\frac{1}{2}} - 4}{x - 16}$ ;

в)  $\frac{x^{\frac{4}{3}} - x}{x - x^{\frac{5}{3}}}$ ;

г)  $\frac{x^{1,5} - x^{0,5}}{x^{0,5} - x}$

$$\text{д) } \frac{z-8}{z^{\frac{2}{3}} + 2z^{\frac{1}{3}} + 4};$$

$$\text{ж) } \frac{a^{\frac{1}{3}} - 6a^{\frac{1}{6}} + 9}{a^{\frac{1}{3}} - 9};$$

$$\text{и) } \frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}} + x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}};$$

$$\text{е) } \frac{a+b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}};$$

$$\text{з) } \frac{a^{\frac{1}{4}} - 4}{a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{8}} + 4};$$

$$\text{к) } \frac{a-1}{a+a^{\frac{1}{2}}+1} \div \frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{3}{2}}-1} + 2a^{\frac{1}{2}}.$$

**77. Вычислить:**

$$\text{а) } \log_{30} 5 + \log_{30} 12 - \log_{30} 2 + 4;$$

$$\text{в) } \log_6 18 - \log_6 3 + 2;$$

$$\text{д) } 3 + \log_{30} 3 + \log_{30} 10;$$

$$\text{ж) } \log_{53} 2 + \log_{53} 3 + \log_3 7;$$

$$\text{и) } \log_3 90 - \log_3 2 - \log_3 5;$$

$$\text{б) } \log_5 25 - \log_5 0,2 + 3;$$

$$\text{г) } \log_{27} 81 - \log_{27} 3 + 3;$$

$$\text{е) } 4 + \log_4 2 - \log_4 8;$$

$$\text{з) } \log_{23} \frac{2}{3} + \log_{23} 6 - \log_{23} 4;$$

$$\text{к) } \log_6 2 + \log_6 3 + \log_6 6.$$

**78. Вычислить.**

$$\text{а) } 2\log_{72} 3 + 3\log_{72} 2;$$

$$\text{в) } \log_{15} 5^3 + \log_{15} 3^4 + \log_{15} 5^6 3^5;$$

$$\text{д) } 36^{\log_6 5} + 10^{1-\log_{10} 2} - 8^{\log_2 3};$$

$$\text{ж) } \left( 81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2};$$

$$\text{б) } \log_6 5 \cdot \log_5 8 + \log_6 27;$$

$$\text{г) } \log_7 (3^3 \cdot 7^5) - 2\log_7 3 - 5;$$

$$\text{е) } 16^{1+\log_4 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5};$$

$$\text{з) } 72 \cdot \left( 49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 5^{-\log_{\sqrt{5}} 4} \right).$$

**79. Вычислить:**

$$\text{а) } 27^{\frac{1}{\log_2 3}} + 5^{\log_{25} 49};$$

$$\text{б) } (\lg 900 - 2\lg 3)(\ln 49 \cdot \log_7 e + 1);$$

$$\text{в) } \left( \log_{26} 5^{\log_5 169} + \log_{26} 4 \right)^2 - 17^{4 \log_{289} 3};$$

$$\text{г) } 3^{\frac{1}{\log_5 3}} \cdot 3^{\log_3^2 4} - 5 \cdot 4^{\log_3 4} + \lg 0,1;$$

$$\text{д) } \log_3 2 - \sqrt{\log_3 2 (\log_3 6 + \log_2 6)};$$

$$\text{е) } (\log_3 28 \cdot \log_{154} 3 + \log_{17} 11 \cdot \log_{154} 17 - \log_5 2 \cdot \log_{154} 5)^2 + 7;$$

$$\text{ж) } \frac{\log_3 125}{\log_3 5} \left( 25^{\log_5 \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} + 2^{\log_{\sqrt{2}} \left( 2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} \right);$$

$$3) \frac{\left(27^{\frac{1}{\log_2 3}} + 5^{\log_{25} 49}\right) \left(81^{\frac{1}{\log_4 9}} - 8^{\log_4 9}\right)}{3 + 5^{\frac{1}{\log_{16} 25}} \cdot 5^{\log_5 3}}.$$

**80.** Найти значение выражения:

а)  $\log_a(ab^2)$ , если  $\log_b a = \frac{2}{11}$ ;      б)  $\log_a(a^4b^9)$ , если  $\log_b a = \frac{1}{3}$ ;

в)  $\log_a(a^5b^8)$ , если  $\log_b a = \frac{1}{2}$ ;      г)  $\log_a(a^5b^9)$ , если  $\log_b a = \frac{3}{4}$ ;

д)  $\log_a(a^3b^6)$ , если  $\log_b a = \frac{2}{13}$ ;      е)  $\log_a(a^3b^5)$ , если  $\log_b a = \frac{5}{14}$ .

**81.** Найти значение выражения:

а)  $\log_a \frac{a^6}{b^4}$ , если  $\log_a b = -2$ ;      б)  $\log_a \frac{a^4}{b^6}$ , если  $\log_a b = -14$ ;

в)  $\log_a \frac{a^7}{b^3}$ , если  $\log_a b = 10$ ;      г)  $\log_a \frac{a^2}{b^5}$ , если  $\log_a b = -7$ ;

д)  $\log_a \frac{a^4}{b^5}$ , если  $\log_a b = 15$ ;      е)  $\log_a \frac{a^6}{b^2}$ , если  $\log_a b = 6$ .



## РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. Формулы половинного угла.

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.

Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс.

Простейшие тригонометрические уравнения. Простейшие тригонометрические неравенства.

### Тема 2.1. Основные понятия. Основные тригонометрические тождества. Преобразования простейших тригонометрических выражений

1. Выразить в радианной мере:

- |  |   |
|--|---|
| а) $10^\circ, 135^\circ, -60^\circ$ ;  | б) $45^\circ, 160^\circ, -75^\circ$ ;   |
| в) $18^\circ, 150^\circ, -130^\circ$ ; | г) $54^\circ, 135^\circ, -36^\circ$ ;   |
| д) $15^\circ, 120^\circ, -180^\circ$ ; | е) $20^\circ, 125^\circ, -36^\circ$ ;   |
| ж) $40^\circ, 225^\circ, -30^\circ$ ;  | з) $45^\circ, 240^\circ, -18^\circ$ ;   |
| и) $36^\circ, 150^\circ, -210^\circ$ ; | к) $60^\circ, 72^\circ, -252^\circ$ ;   |
| л) $72^\circ, 108^\circ, -270^\circ$ ; | м) $120^\circ, 135^\circ, -144^\circ$ ; |
| н) $75^\circ, 210^\circ, -36^\circ$ ;  | о) $100^\circ, 54^\circ, -90^\circ$ ;   |
| п) $45^\circ, 160^\circ, -75^\circ$ ;  | р) $216^\circ, 15^\circ, -60^\circ$ ;   |
| с) $130^\circ, 72^\circ, -180^\circ$ ; | т) $54^\circ, 120^\circ, -150^\circ$ .  |

2. Выразить в градусной мере величины углов:

- |  |  |
|--|--|
| а) $\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{5}, 0,3\pi$ ;    | б) $\frac{5\pi}{18}, -\frac{7\pi}{9}, 0,2\pi$ ;  |
| в) $\frac{5\pi}{9}, -\frac{11\pi}{18}, 1,4\pi$ ; | г) $\frac{5\pi}{36}, -\frac{4\pi}{5}, 1,5\pi$ ;  |
| д) $\frac{7\pi}{9}, -\frac{2\pi}{3}, 0,8\pi$ ;   | е) $\frac{7\pi}{36}, -\frac{5\pi}{18}, 1,7\pi$ ; |
| ж) $\frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{5}, 0,25\pi$ ;  | з) $\frac{8\pi}{9}, -\frac{\pi}{6}, 0,125\pi$ ;  |
| и) $\frac{\pi}{18}, -\frac{6\pi}{5}, 0,6\pi$ ;   | к) $\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, 0,4\pi$ ;    |
| л) $\frac{19\pi}{36}, -\frac{7\pi}{6}, 1,1\pi$ ; | м) $\frac{\pi}{3}, -\frac{13\pi}{18}, 1,25\pi$ ; |

$$\text{н) } \frac{11\pi}{6}, -\frac{3\pi}{5}, 1,125\pi;$$

$$\text{о) } \frac{4\pi}{5}, -\frac{29\pi}{36}, 0,6\pi;$$

$$\text{п) } \frac{19\pi}{18}, -\frac{5\pi}{9}, 1,8\pi;$$

$$\text{р) } \frac{5\pi}{36}, -\frac{\pi}{4}, 0,3\pi;$$

$$\text{с) } \frac{11\pi}{18}, -\frac{3\pi}{4}, 0,9\pi;$$

$$\text{т) } \frac{23\pi}{36}, -\frac{4\pi}{9}, 1,7\pi.$$

**3.** Привести тригонометрическую функцию произвольного аргумента к тригонометрической функции острого угла:

$$\text{а) } \sin 340^\circ, \cos\left(-\frac{11\pi}{9}\right), \operatorname{tg}(-523^\circ), \operatorname{ctg} \frac{18\pi}{7};$$

$$\text{б) } \cos 295^\circ, \sin\left(-\frac{13\pi}{8}\right), \operatorname{ctg} 447^\circ, \operatorname{tg} \frac{11\pi}{6};$$

$$\text{в) } \sin 340^\circ, \cos\left(-\frac{11\pi}{9}\right), \operatorname{tg}(-523^\circ), \operatorname{ctg} \frac{18\pi}{7};$$

$$\text{г) } \sin(-267^\circ), \cos \frac{13\pi}{3}, \operatorname{ctg}(-682^\circ), \operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{5}\right);$$

$$\text{д) } \cos(-305^\circ), \sin \frac{17\pi}{4}, \operatorname{ctg} 287^\circ, \operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{5}\right);$$

$$\text{е) } \cos 365^\circ, \sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right), \operatorname{tg}(-451^\circ), \operatorname{ctg}\left(-\frac{7\pi}{5}\right);$$

$$\text{ж) } \sin(-319^\circ), \cos \frac{15\pi}{7}, \operatorname{ctg}(-341^\circ), \operatorname{tg}\left(-\frac{12\pi}{5}\right);$$

$$\text{з) } \cos 279^\circ, \sin\left(-\frac{17\pi}{4}\right), \operatorname{tg} 700^\circ, \operatorname{ctg}\left(-\frac{10\pi}{3}\right);$$

$$\text{и) } \sin 351^\circ, \cos \frac{17\pi}{4}, \operatorname{tg}(-507^\circ), \operatorname{ctg}\left(-\frac{13\pi}{3}\right);$$

$$\text{к) } \cos 284^\circ, \sin\left(-\frac{16\pi}{7}\right), \operatorname{tg}(-451^\circ), \operatorname{ctg} \frac{17\pi}{6}.$$

### Формулы приведения

**4.** Найти значение выражения:

$$\text{а) } \frac{5\cos 29^\circ}{\sin 61^\circ};$$

$$\text{б) } \frac{40\cos 3^\circ}{\sin 87^\circ};$$

$$\text{в) } \frac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ};$$

$$\text{г) } \frac{2\sin 28^\circ}{\sin 332^\circ};$$

$$\text{д) } \frac{47\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ};$$

$$\text{е) } \frac{-4\cos 26^\circ}{\cos 154^\circ};$$

$$\text{ж)} \frac{-19 \operatorname{tg} 3^\circ}{\operatorname{tg} 177^\circ};$$

$$\text{з)} \frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ};$$

$$\text{и)} \frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ};$$

$$\text{к)} \frac{-42 \sin 413^\circ}{\sin 53^\circ};$$

$$\text{л)} 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ;$$

$$\text{м)} 16 \operatorname{tg} 54^\circ \cdot \operatorname{tg} 36^\circ;$$

$$\text{н)} 27 \operatorname{tg} 104^\circ \cdot \operatorname{tg} 194^\circ;$$

$$\text{о)} 11 \operatorname{tg} 167^\circ \cdot \operatorname{tg} 257^\circ;$$

$$\text{п)} \frac{11}{\sin^2 50^\circ + \sin^2 140^\circ};$$

$$\text{р)} \frac{-12}{\sin^2 131^\circ + \sin^2 221^\circ};$$

$$\text{с)} \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ};$$

$$\text{т)} \frac{-24}{\cos^2 127^\circ + \cos^2 217^\circ};$$

$$\text{у)} \frac{4}{\sin^2 57^\circ + \cos^2 237^\circ};$$

$$\text{ф)} \frac{5}{\sin^2 15^\circ + \cos^2 195^\circ}.$$

**5. Упростить выражения:**

$$\text{а)} \operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) + \operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha) + \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) + \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha);$$

$$\text{б)} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha);$$

$$\text{в)} \sin \alpha - \sin(\alpha - 90^\circ) - \sin(\alpha - 180^\circ) - \sin(\alpha - 270^\circ) - \sin(\alpha - 360^\circ);$$

$$\text{г)} \cos(\alpha + 45^\circ) + \cos(\alpha + 135^\circ) + \cos(\alpha + 225^\circ) + \cos(\alpha + 315^\circ);$$

$$\text{д)} \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha);$$

$$\text{е)} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right);$$

$$\text{ж)} \sin(90^\circ + \alpha) \cdot \sin(180^\circ - \alpha) \cdot [\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha)];$$

$$\text{з)} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2(\alpha - \pi) \cdot \sin^2(\alpha + \pi) - \\ - \cos^2(\alpha + \pi) \cdot \cos^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right);$$

$$\text{и)} \sin 20^\circ \cdot \cos 70^\circ + \sin^2 110^\circ \cdot \cos^2 250^\circ + \sin^2 290^\circ \cdot \cos^2 340^\circ;$$

$$\text{к)} (\sin 75^\circ + \sin 100^\circ) \cdot (\sin 260^\circ - \sin 285^\circ) + (\sin 165^\circ + \sin 190^\circ) \times \\ \times (\cos 75^\circ - \cos 100^\circ).$$

**6. Упростить выражения:**

$$\text{а)} \operatorname{tg} 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ};$$

$$\text{б)} \operatorname{tg} 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ};$$

$$в) 1 - \sin(x - 2\pi) \cdot \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}(\pi - x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 2\cos^2(\pi + x);$$

$$г) \sin^2(\pi - x) + \operatorname{tg}^2(\pi - x) \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos(x - 2\pi);$$

$$д) \left(\frac{\operatorname{tg}^2 590^\circ}{\cos^2 320^\circ} + \frac{\sin 111^\circ}{\cos 159^\circ}\right) \cdot \left(\frac{\cos 279^\circ}{\sin 549^\circ} + \frac{\operatorname{ctg}^2 950^\circ}{\sin^2 400^\circ}\right).$$

7. Доказать тождества:

$$а) \cos(45^\circ + \alpha) = \sin(45^\circ - \alpha);$$

$$б) \cos(45^\circ - \alpha) = \sin(45^\circ + \alpha);$$

$$в) \operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) = \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha);$$

$$г) \operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha) = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha);$$

$$д) \sin(\alpha - \pi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \pi) + \frac{1}{\cos(\alpha - 2\pi)} = \cos \alpha;$$

$$е) \sin(2\pi + \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(3\pi + \alpha) - \cos(2\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(3\pi - \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha;$$

$$ж) \sin 395^\circ \cdot \sin 505^\circ + \cos 575^\circ \cdot \cos 865^\circ + \operatorname{tg} 606^\circ \cdot \operatorname{tg} 1104^\circ = 2;$$

$$з) \sin 405^\circ \cdot \cos 675^\circ + \operatorname{tg} 562^\circ \cdot \operatorname{tg} 788^\circ + \frac{1}{\cos 660^\circ} \cdot \frac{1}{\cos 1200^\circ} = -2,5;$$

$$и) \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)\right]^2 = 2;$$

$$к) \left[\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]^2 + \left[\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4} + \operatorname{ctg}(\pi - x)\right]^2 = \frac{2}{\sin^2 x};$$

$$л) \frac{\sin(x - \pi) \cdot \cos(x - 2\pi) \cdot \sin(2\pi - x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \operatorname{ctg}(\pi - x) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = \sin^2 x;$$

$$м) \frac{\sin(\pi + x) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + x)} = \operatorname{ctg}^2 x;$$

$$н) \sin(2\pi - \phi) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \phi\right) - \cos(\phi - \pi) - \sin(\phi - \pi) = \sin \phi;$$

$$о) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{3} + \beta\right) \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{3} + \beta\right) + \operatorname{tg}(\pi + \beta) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \beta\right).$$

## Применение основных тригонометрических формул

8. Найти значения других трех основных тригонометрических функций, если

а)  $\sin \alpha = \frac{12}{13}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

в)  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi;$

д)  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

ж)  $\sin \alpha = -0,6, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

и)  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

л)  $\cos \alpha = -0,8, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

н)  $\cos \alpha = -0,6, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

п)  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

с)  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

б)  $\cos \alpha = -0,6, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

г)  $\sin \alpha = -0,8, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

е)  $\cos \alpha = \frac{12}{13}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi;$

з)  $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

к)  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi;$

м)  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

о)  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

р)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

т)  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$

## Формулы сложения

9. Вычислить:

а)  $\sin 13^\circ \cdot \cos 47^\circ + \sin 47^\circ \cdot \cos 13^\circ;$

б)  $\cos 27^\circ \cdot \cos 63^\circ - \sin 27^\circ \cdot \sin 63^\circ;$

в)  $\sin 68^\circ \cdot \cos 23^\circ - \sin 23^\circ \cdot \cos 68^\circ;$

г)  $\cos 103^\circ \cdot \cos 43^\circ + \sin 103^\circ \cdot \sin 43^\circ;$

д)  $\sin 48^\circ \cdot \cos 72^\circ + \cos 48^\circ \cdot \sin 72^\circ;$

е)  $\cos 53^\circ \cdot \cos 82^\circ - \sin 53^\circ \cdot \sin 82^\circ;$

ж)  $\sin 13^\circ \cdot \cos 58^\circ - \cos 13^\circ \cdot \sin 58^\circ;$

з)  $\cos 24^\circ \cdot \cos 54^\circ + \sin 24^\circ \cdot \sin 54^\circ;$

и)  $\sin 12^\circ \cdot \cos 78^\circ + \cos 12^\circ \cdot \sin 78^\circ;$

к)  $\sin 56^\circ \cdot \cos 26^\circ - \cos 56^\circ \cdot \sin 26^\circ;$

л)  $\cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{12};$

м)  $\cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{7\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{12};$

н)  $\sin 21^\circ \cdot \sin 24^\circ - \cos 21^\circ \cdot \cos 24^\circ;$

- о)  $\sin 34^\circ \cdot \sin 124^\circ + \cos 34^\circ \cdot \cos 124^\circ$ ;  
 п)  $\sin \frac{9\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} - \cos \frac{9\pi}{7} \cdot \sin \frac{2\pi}{7}$ ;  
 р)  $\sin \frac{11\pi}{36} \cdot \cos \frac{7\pi}{36} + \cos \frac{11\pi}{36} \cdot \sin \frac{7\pi}{36}$ .

**10. Упростить выражение:**

- а)  $\cos 3x \cdot \cos 5x - \sin 3x \cdot \sin 5x$ ;  
 в)  $\sin 5\alpha \cdot \cos 3\alpha - \sin 3\alpha \cdot \cos 5\alpha$ ;  
 д)  $\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ ;  
 ж)  $\frac{2 \cos \alpha \sin \beta + \sin(\alpha - \beta)}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}$ ;
- б)  $\sin y \cdot \cos 2y + \cos y \cdot \sin 2y$ ;  
 г)  $\cos \beta \cdot \cos 6\beta + \sin \beta \cdot \sin 6\beta$ ;  
 е)  $\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ ;  
 з)  $\frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta - \cos(\alpha - \beta)}$ .

**11. Доказать тождества:**

- а)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$ ;  
 в)  $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$ ;  
 д)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}$ ;
- б)  $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$ ;  
 г)  $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$ ;  
 е)  $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta}$ .

**12. Доказать тождества:**

- а)  $2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha$ ;  
 б)  $2 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$ ;  
 в)  $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha + \sin \alpha$ ;  
 г)  $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha - \sin \alpha$ ;  
 д)  $2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \sqrt{3} \cos \alpha + \sin \alpha$ ;  
 е)  $2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha$ .

## Формулы двойного угла

13. Вычислить  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$ , если

а)  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

б)  $\cos \alpha = \frac{5}{13}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi;$

в)  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

г)  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$

14. Вычислить:

а)  $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ;$

б)  $\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8};$

в)  $4\sin 75^\circ \cos 75^\circ;$

г)  $\frac{1}{2}\sin 105^\circ \cos 105^\circ;$

д)  $\left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right)^2;$

е)  $\left(\sin \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{7\pi}{8}\right)^2;$

ж)  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ;$

з)  $\sin^2 \frac{\pi}{8} - \cos^2 \frac{\pi}{8};$

и)  $2\cos^2 75^\circ - 1;$

к)  $1 - 2\cos^2 \frac{5\pi}{8};$

л)  $1 - 2\sin^2 \frac{7\pi}{12}.$

15. Упростить выражение:

а)  $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha};$

б)  $\frac{2\sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha};$

в)  $\frac{1 - \cos 2\beta}{\sin \beta};$

г)  $\frac{1 + \cos 2\beta}{\cos \beta};$

д)  $\frac{\cos 40^\circ + \sin^2 20^\circ}{\cos^2 20^\circ};$

е)  $\frac{\cos 10^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ} + \sin 5^\circ.$

## Формулы половинного угла

16. Вычислить  $\sin \frac{\alpha}{2}, \cos \frac{\alpha}{2}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , если

а)  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

б)  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

в)  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}, \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$

г)  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$

17. Вычислить:

а)  $\sin \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2;$

б)  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 3;$

в)  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3};$

г)  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{2};$

д)  $\frac{5\cos \alpha + 4}{10\sin \alpha - 1}$ , если  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2.$

**18. Преобразовать в произведение:**

а)  $\sin 60^\circ + \sin 40^\circ$ ;

б)  $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$ ;

в)  $\cos 10^\circ - \sin 20^\circ$ ;

г)  $\cos 20^\circ - \cos 80^\circ$ ;

д)  $\sin 40^\circ + \cos 70^\circ$ ;

е)  $\operatorname{tg} 25^\circ - \operatorname{ctg} 70^\circ$ .

**19. Преобразовать в произведение:**

а)  $\cos \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$ ;

б)  $\sin \frac{\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{12}$ ;

в)  $\sin \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$ ;

г)  $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{14} - \operatorname{tg} \frac{5\pi}{14}$ ;

д)  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + x \right) + \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$ ;

е)  $\sin \left( \frac{\pi}{6} + \alpha \right) - \sin \left( \frac{\pi}{6} - \alpha \right)$ ;

ж)  $\operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{4} + \alpha \right)$ ;

з)  $3 - \operatorname{tg}^2 20^\circ$ .

**20. Преобразовать в произведение:**

а)  $\sin 2\alpha \cos 3\alpha - 2\sin^2 \alpha \sin 3\alpha$ ;

б)  $\sin^2 5\alpha - \sin^2 3\alpha$ ;

в)  $\sin \alpha \cos \beta + 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin \beta$ ;

г)  $\sin 10^\circ + 2\sin 5^\circ \cos 15^\circ + \cos 50^\circ$ .

**21. Преобразовать в сумму:**

а)  $\sin 45^\circ \sin 15^\circ$ ;

б)  $\cos 35^\circ \sin 33^\circ$ ;

в)  $\cos 50^\circ \cos 15^\circ$ ;

г)  $\cos \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$ ;

д)  $4\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta)$ ;

е)  $12\sin(-9\alpha)\sin 4\alpha$ ;

ж)  $\cos(\alpha + \beta)\cos(2\alpha + \beta)$ ;

з)  $4\cos \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \sin \frac{3\alpha}{2}$ .

и)  $4\cos \left( \frac{\pi}{12} - x \right) \cos \left( \frac{\pi}{12} + x \right)$ ;

к)  $4\cos \left( \frac{\pi}{6} + x \right) \sin \left( \frac{\pi}{3} - x \right)$ ;

л)  $2\sin(x + \alpha)\cos(x - \alpha)$ ;

м)  $4\sin 16\alpha \sin 4\alpha$ ;

н)  $\sin \frac{3\pi}{10} \sin \frac{\pi}{10}$ ;

о)  $\cos 7x \cos 5x$ .

## Тема 2.2. Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства

**22. Вычислить:**

а)  $\arcsin 0$ ;

б)  $\arcsin \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ;

в)  $\arcsin 1$ ;



г) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ;	д) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ ;	е) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;
ж) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ;	з) $\arccos 1$ ;	и) $\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;
к) $\operatorname{arctg}(-1)$ ;	л) $\operatorname{arctg} 0$ ;	м) $\operatorname{arctg}\sqrt{3}$ .

**23.** Найти значения выражений:

а) $\arcsin 0 + \arccos 0$ ;	б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\frac{1}{2}$ ;
в) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;	г) $\arcsin(-1) + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;
д) $\operatorname{arctg} 1 + \arccos 1$ ;	е) $\operatorname{arctg}(-1) + \arcsin(-1)$ ;
ж) $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg}\sqrt{3}$ ;	з) $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg}(-1)$ ;
и) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arctg} 0$ ;	к) $\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg}\sqrt{3}$ ;
л) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\frac{1}{2}$ ;	м) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos 0$ .

**24.** Решить тригонометрическое уравнение:

а) $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ ;	б) $\sqrt{2} - 2\sin x = 0$ ;
в) $\sqrt{3} - 2\sin x = 0$ ;	г) $2\sin x - 1 = 0$ ;
д) $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ ;	е) $1 - 2\sin x = 0$ ;
ж) $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ ;	з) $2\sin x + 1 = 0$ ;
и) $\sqrt{3} + 2\sin x = 0$ ;	к) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ .

**25.** Решить тригонометрическое уравнение:

а) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ ;	б) $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ ;
в) $1 - 2\cos x = 0$ ;	г) $\sqrt{3} - 2\cos x = 0$ ;
д) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ ;	е) $\sqrt{2} - 2\cos x = 0$ ;
ж) $\sqrt{3} - 2\cos x = 0$ ;	з) $2\cos x + 1 = 0$ .

**26.** Решить тригонометрическое уравнение:

а) $3\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$ ;	б) $\sqrt{3} - 3\operatorname{ctg} x = 0$ ;
в) $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x - 3 = 0$ ;	г) $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 = 0$ ;
д) $3\operatorname{ctg} x - \sqrt{3} = 0$ ;	е) $3\operatorname{tg} x + 3 = 0$ ;
ж) $\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 3 = 0$ ;	з) $\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 3 = 0$ ;

и)  $3\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ ;

к)  $\sqrt{3} - \operatorname{tg} x = 0$ ;

л)  $3\operatorname{ctg} x + \sqrt{3} = 0$ .

**27.** Решить тригонометрическое неравенство:

а)  $\sqrt{3} + 2 \sin x < 0$ ;

б)  $1 - 2 \sin x \leq 0$ ;

в)  $2 \sin x + \sqrt{3} \geq 0$ ;

г)  $2 \sin x + 1 < 0$ ;

д)  $\sqrt{2} - 2 \sin x > 0$ ;

е)  $2 \sin x - \sqrt{2} < 0$ ;

ж)  $\sqrt{3} - 2 \sin x \geq 0$ ;

з)  $2 \sin x - \sqrt{3} > 0$ ;

и)  $2 \sin x - 1 \geq 0$ ;

к)  $2 \sin x + \sqrt{2} < 0$ .

**28.** Решить тригонометрическое неравенство:

а)  $\sqrt{2} - 2 \cos x > 0$ ;

б)  $2 \cos x + \sqrt{2} \geq 0$ ;

в)  $\sqrt{3} - 2 \cos x > 0$ ;

г)  $2 \cos x + 1 > 0$ ;

д)  $2 \cos x - \sqrt{3} \leq 0$ ;

е)  $2 \cos x - \sqrt{2} \leq 0$ ;

ж)  $\sqrt{3} - 2 \cos x < 0$ ;

з)  $2 \cos x + \sqrt{2} \leq 0$ ;

и)  $2 \cos x - 1 > 0$ ;

к)  $2 \cos x + \sqrt{3} \geq 0$ .

**29.** Решить тригонометрическое неравенство:

а)  $\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 3 \leq 0$ ;

б)  $\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 3 < 0$ ;

в)  $3\operatorname{tg} x + \sqrt{3} \geq 0$ ;

г)  $\sqrt{3} - \operatorname{tg} x < 0$ ;

д)  $3\operatorname{ctg} x + \sqrt{3} \leq 0$ ;

е)  $\sqrt{3} - 3\operatorname{ctg} x > 0$ ;

ж)  $3\operatorname{tg} x - \sqrt{3} \geq 0$ ;

з)  $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x - 3 < 0$ ;

и)  $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 \leq 0$ ;

к)  $3\operatorname{tg} x + 3 \leq 0$ .

## РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Функции. Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.

Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями.

Сложная функция (композиция). Понятие о непрерывности функции.

Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции

### Тема 3.1. Функция и ее основные свойства. Обратные функции

1. Найти значения функции:

а)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  в точках  $-1, \frac{1}{2}, 10$ ;

б)  $f(x) = 3x^2 - 5$  в точках  $-2, 0, 1, 5$ ;

в)  $f(x) = 3 - x^2$  в точках  $-1, 0, 2, 3$ ;

г)  $f(x) = \sqrt{5x - x^2}$  в точках  $0, 1, 2$ .

2. Найти значения функции:

а)  $f(x) = x^2 + 2x$  в точках  $x_0, t + 1$ ;

б)  $f(x) = \frac{1}{x} + 1$  в точках  $x_0, a + 2$ ;

в)  $f(x) = -3x + 2$  в точках  $-x, x + 5, f(1)$ ;

г)  $f(x) = x^2$  в точках  $2x, x - 5, f(3)$ ;

д)  $f(x) = \frac{3x + 2}{x - 2}$  в точках  $\frac{1}{2}, 2x - 1, f(5)$ .

3. Функция задана формулой  $S = 90t$ , где  $S$  – путь (в км) и  $t$  – время (в ч).

а) Найти  $S(1), S(2,5), S(4)$ ;

б) Найти  $t$ , если  $S = 1800$  км;

в) Найти  $S$ , если  $t = 15$  мин;

г) Найти  $t$ , если  $S = 450$  м.

4. Функция задана формулой  $V = \frac{1}{3}S \cdot h$ , где  $V$  – объем пирамиды (в  $\text{м}^3$ ),

$S$  – площадь ее основания (в  $\text{м}^2$ ),  $h$  – высота пирамиды (м). Для этой функции:

а) выразить каждую переменную через две другие;

б) найти значение  $V$ , если  $S = 2 \text{ м}^2$ ,  $h = 140$  см;

в) найти значение  $S$ , если  $V = 45 \text{ дм}^3$ ,  $h = 0,4$  м;

г) найти значение  $h$ , если  $V = 5 \text{ м}^3$ ,  $S = 2500 \text{ см}^2$ .

5. Найти область определения функции:

а)  $y = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$ ;

б)  $y = \frac{5-x^2}{x^2+2x-8}$ ;

в)  $y = \frac{1}{(x+1)(x^2-7x-8)}$ ;

г)  $y = \frac{x}{(x^2-1)(x^2-2x-15)}$ ;

д)  $y = \sqrt{x^2-9}$ ;

е)  $y = \sqrt{36-x^2}$ ;

ж)  $y = \frac{3-2x}{\sqrt{5x+2}}$ ;

з)  $y = \frac{5x-1}{\sqrt{x^2-4x}}$ ;

и)  $y = \frac{\sqrt{3x-2}}{x^2-x+2}$ ;

к)  $y = \frac{\sqrt{x^2-3x-4}}{16-x^2}$ .

6. Найти область значения функции:

а)  $y = x^2 - 4x + 3$ ;

б)  $y = x^2 - x - 2$ ;

в)  $y = 2 + \frac{4}{x-3}$ ;

г)  $y = \frac{3}{x+1} - 1$ ;

д)  $y = \frac{x}{1+x^2}$ ;

е)  $y = \frac{4x+4}{-x^2-x}$ ;

ж)  $y = \sqrt{x-3}$ ;

з)  $y = \sqrt{x^2+4}$ ;

и)  $y = 2 - \sqrt{x+3}$ ;

к)  $y = 1 - 2\sqrt{3-x}$ .

7. Найти нули функции:

а)  $y = 3x^2 + 10x - 8$ ;

б)  $y = 2x^2 + 5x - 3$ ;

в)  $y = x^2 - 10x + 24$ ;

г)  $y = 4x^2 + 3x - 1$ ;

д)  $y = 3x^2 + 5x - 2$ ;

е)  $y = 6x^2 - x - 1$ ;

ж)  $y = 2x^2 - 5x - 3$ ;

з)  $y = 4x^2 + 7x - 2$ ;

и)  $y = 3x^2 - 2x - 1$ ;

к)  $y = 5x^2 + 14x - 3$ .

8. Исследовать функцию на четность, нечетность:

а)  $f(x) = 4x^5 - 3x^8$ ;

б)  $f(x) = 3x^7 + 5x^2$ ;

в)  $f(x) = 2x^3 - 5x + 1$ ;

г)  $f(x) = 6x^5 - x^3 + 3$ ;

д)  $f(x) = x \cdot (x^2 - 4)$ ;

е)  $f(x) = x^2 \cdot (x - 7)$ ;

ж)  $f(x) = x^3 \cdot (x - 2)^2$ ;

з)  $f(x) = 4x \cdot (x + 1)^2$ ;

и)  $f(x) = (x^2 + 5) \cdot (3x - 1)$ ;

к)  $f(x) = (x^3 - 2) \cdot (x^2 + 1)$ .

**9.** Начертить эскиз графика функции  $f$ :

а)  $f$  возрастает на промежутке  $(-\infty; 2]$  и убывает на промежутке  $[2; +\infty)$

;

б)  $f$  возрастает на промежутках  $(-\infty; -2]$  и  $[0; 3]$ , убывает на промежутках  $[-2; 0]$  и  $[3; +\infty)$ ;

в)  $f$  убывает на промежутках  $(-\infty; 1]$  и  $[4; +\infty)$ , возрастает на промежутке  $[1; 4]$ ;

г)  $x_{\max} = -3$ ,  $x_{\min} = 4$ ,  $f(-3) = 5$ ,  $f(4) = -5$ ;

д)  $x_{\min} = -2$ ,  $x_{\min} = 2$ ,  $x_{\max} = 0$ ,  $f(-2) = f(2) = -3$ ,  $f(0) = 2$ ;

е)  $x_{\max} = 2$ ,  $x_{\min} = -5$ ,  $f(-5) = 1$ ,  $f(2) = 6$ ;

ж)  $f$  – четная функция,  $x_{\max} = -3$ ,  $x_{\min} = 0$ ,  $f(-3) = 4$ ,  $f(0) = 0$ ;

з)  $f$  – нечетная функция,  $x_{\max} = 2$ ,  $x_{\min} = 5$ ,  $f(2) = 3$ ,  $f(5) = -4$ .

**10.** Найти промежутки возрастания и убывания, точки максимума и точки минимума функции, ее максимум и минимумы:

а)  $y = x^2 - 4x$ ;

б)  $y = -x^2 + 6x - 8$ ;

в)  $y = (x - 3)^4$ ;

г)  $y = (x + 2)^4 + 1$ ;

д)  $y = (x - 4)^3$ ;

е)  $y = -(x + 3)^5$ ;

ж)  $y = \frac{3}{x - 2}$ ;

з)  $y = -\frac{1}{x + 3}$ .

**11.** Построить графики функций:

а)  $y = x^2 - 4x - 5$ ;

б)  $y = -x^2 + 4x + 3$ ;

в)  $y = \frac{12}{x}$ ;

г)  $y = -\frac{5}{x}$ ;

д)  $y = \frac{3 - 2x}{x + 1}$ ;

е)  $y = \frac{4x + 1}{x - 2}$ ;

ж)  $y = \sqrt{x} - 3$ ;

з)  $y = \sqrt{x} + 2$ ;

и)  $y = \sqrt{x - 2}$ ;

к)  $y = \sqrt{x - 5}$ .

**12.** Построить график функции  $y = f(x)$ :

а)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4; \\ 6 - x, & \text{если } 4 < x \leq 8. \end{cases}$

б)  $f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ 4 - x^2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

$$\text{в) } f(x) = \begin{cases} 4 - 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ x + 1, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}; \quad \text{г) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ \sqrt{x+1}, & \text{если } 0 < x \leq 3; \\ \frac{3}{x} + 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

$$\text{д) } f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{если } x < 0; \\ -x^2 + 2x + 2, & \text{если } 0 \leq x \leq 2; \\ x, & \text{если } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

**13.** Для заданной функции найти обратную функцию:

а)  $y = 5x + 3$ ;

б)  $y = -5x + 4$ ;

в)  $y = x^3 - 3$ ;

г)  $y = x^5 + 1$ ;

д)  $y = \frac{2}{x-3}$ ;

е)  $y = \frac{5}{2-x}$ ;

ж)  $y = \frac{2-x}{x-1}$ ;

з)  $y = \frac{x+1}{2-x}$ ;

и)  $y = \sqrt{4-x}$ ;

к)  $y = \sqrt{6+x}$ .

**14.** На одном рисунке построить график данной функции и функции, обратной к данной; найти область определения и множество значений каждой из них:

а)  $y = 3x - 1$ ;

б)  $y = 4x + 2$ ;

в)  $y = x^2 - 1$  при  $x \geq 0$ ;

г)  $y = x^3 - 2$ ;

д)  $y = (x-1)^2$  при  $x \geq 1$ ;

е)  $y = (x-1)^3$ ;

ж)  $y = \frac{2x-1}{3}$ ;

з)  $y = \frac{3x-1}{2}$ .

### Тема 3.2. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции

**15.** Изобразить схематически график функции, указать ее область определения и множество значений:

а)  $y = x^5$ ;

б)  $y = x^6$ ;

в)  $y = x^{-1}$ ;

г)  $y = x^{-4}$ ;

д)  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ;

е)  $y = x^{\frac{1}{5}}$ ;

ж)  $y = x^{-\frac{3}{2}}$ ;

з)  $y = x^{\frac{5}{2}}$ ;

и)  $y = x^{\sqrt{3}}$ ;

к)  $y = x^{-\sqrt{5}}$ .

**16.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

а)  $y = x^4, x \in [-1; 2];$

б)  $y = x^7, x \in [-2; 3];$

в)  $y = x^{-1}, x \in [-3; -1];$

г)  $y = x^{-2}, x \in [1; 4];$

д)  $y = x^{\frac{2}{5}}, x \in [1; 32];$

е)  $y = x^{\frac{4}{3}}, x \in \left[\frac{1}{8}; 27\right].$

**17.** Сравнить значения выражений:

а)  $(0,35)^8$  и  $(-5,4)^8$ ;

б)  $(2,5)^{-8,1}$  и  $(2,6)^{-8,1}$ ;

в)  $\left(\frac{10}{11}\right)^{2,3}$  и  $\left(\frac{12}{11}\right)^{2,3}$ ;

г)  $\left(-\frac{11}{17}\right)^5$  и  $\left(-\frac{6}{13}\right)^5$ ;

д)  $\left(\frac{14}{15}\right)^{\frac{3}{4}}$  и  $\left(\frac{15}{16}\right)^{\frac{3}{4}}$ ;

е)  $(2\sqrt[3]{5})^{-0,2}$  и  $(5\sqrt[3]{2})^{-0,2}$ ;

ж)  $(1-\sqrt{5})^7$  и  $(\sqrt{3}-1)^7$ ;

з)  $(\sqrt{3}+1)^{10}$  и  $(\sqrt{2}+2)^{10}$ .

**18.** Перечислить свойства функции и постройте ее график:

а)  $y = 3^x$ ;

б)  $y = 1,5^x$ ;

в)  $y = 0,3^x$

г)  $y = 0,8^x$

**19.** Найти область значений функции:

а)  $y = -2^x$ ;

б)  $y = 5^x - 2$ ;

в)  $y = 3^{x+1} - 3$ ;

г)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ ;

д)  $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$ ;

е)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 2$ .

**20.** Сравнить числа:

а)  $1,7^3$  и  $1$ ;

б)  $0,3^3$  и  $1$ ;

в)  $2,5^{-\sqrt{2}}$  и  $1$ ;

г)  $\left(\frac{4}{7}\right)^{-\frac{\sqrt{5}}{2}}$  и  $1$ ;

д)  $3,2^{1,5}$  и  $3,2^{1,6}$ ;

е)  $0,2^{-3}$  и  $0,2^{-2}$ ;

ж)  $0,3^{\frac{\sqrt{5}}{6}}$  и  $0,3^{\frac{1}{3}}$ ;

з)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$  и  $\left(\frac{1}{5}\right)^{1,4}$ ;

и)  $3^{-\sqrt{12}}$  и  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2,8}$ ;

к)  $3^\pi$  и  $3^{3,14}$ .

**21.** Построить график функции:

а)  $y = 2^{x-1} + 2$ ;

в)  $y = 2^{x-1} + 4$ ;

д)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 3$ ;

ж)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} + 3$ ;

б)  $y = 3^{x+1} - 2$ ;

г)  $y = 2^{x-2} - 2$ ;

е)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 5$ ;

з)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} - 1$ .

**22.** Решить графически уравнения:

а)  $2^x = 3 - 2x - x^2$ ;

в)  $3^{-x} = \sqrt{x}$ ;

д)  $2^x - 2 = 1 - x$ ;

ж)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}$ ;

б)  $3^{1-x} = 2x - 1$ ;

г)  $3^{-x} = -\frac{3}{x}$ ;

е)  $4^x + 1 = 6 - x$ ;

з)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 - 1$ .

**23.** Решить графически неравенства:

а)  $5^x > 5$ ;

в)  $3^x \geq -1$ ;

д)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$ ;

б)  $5^x > \frac{1}{5}$ ;

г)  $6^x < -2$ ;

е)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 1$ .

**24.** Перечислить основные свойства функции и построить ее график:

а)  $y = \log_3 x$ ;

в)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

б)  $y = \log_4 x$ ;

г)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .

**25.** Найти область определения функции:

а)  $y = \log_3(x - 4)$ ;

в)  $y = \log_{\pi}(2^x - 2)$ ;

д)  $y = \log_5(x^2 - 4x + 3)$ ;

ж)  $y = \log_4 \frac{x+1}{x-3}$ ;

б)  $y = \lg(7 - x^2)$ ;

г)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2)$ ;

е)  $y = \log_{\sqrt{10}}(6 + x - x^2)$ ;

з)  $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2 - 4}{x+1}$ .

**26.** Сравнить числа:

а)  $\log_{\sqrt{2}} 3$  и 1;

в)  $\log_2 3,8$  и  $\log_2 4,7$ ;

б)  $\log_{\pi} 2,9$  и 1;

г)  $\log_3 \frac{5}{6}$  и  $\log_3 \frac{6}{5}$ ;



д)  $\log_{0,2} 1,8$  и  $\log_{0,2} 2,1$ ;

ж)  $\log_{\frac{1}{3}} 9$  и  $\log_{\frac{1}{3}} 27$ ;

и)  $\log_2 10$  и  $\log_5 30$ ;

е)  $\log_{0,7} \sqrt{2}$  и  $\log_{0,7} 0,3$ ;

з)  $\log_{\frac{1}{3}} 0,15$  и  $\log_{\frac{1}{3}} 0,2$ ;

к)  $\log_3 5$  и  $\log_7 4$ .

**27.** Построить график функции:

а)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 1$ ;

в)  $y = \log_2(x+1)$ ;

д)  $y = \log_3(x+2) - 1$ ;

ж)  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1) - 2$ ;

б)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 2$ ;

г)  $y = \log_3(x-1)$ ;

е)  $y = \log_2(x-3) + 1$ ;

з)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 3$ .

**28.** Решить графически уравнения:

а)  $\lg x = \sqrt{x}$ ;

в)  $\log_2 x = -x + 1$ ;

б)  $\lg x = 2^{-x}$ ;

г)  $\log_{\frac{1}{2}} x = 2x - 5$ .

**29.** Решить графически неравенства:

а)  $\log_3 x < 2$ ;

в)  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 4$ ;

б)  $\log_2 x > 3$ ;

г)  $\log_{\frac{1}{5}} x \leq -1$ .

**30.** Найти область определения функции:

а)  $y = 3\cos 2x - 1$ ;

в)  $y = 2\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ;

д)  $y = \frac{1}{1 - \sin x}$ ;

ж)  $y = \sqrt{\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}}$ ;

б)  $y = 2 - \operatorname{tg} 3x$ ;

г)  $y = 1 + 0,5\sin \frac{x}{2}$ ;

е)  $y = \frac{1}{\cos x - 1}$ ;

з)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}$ .

**31.** Найти область значений функции:

а)  $y = 3\sin x + 2$ ;

в)  $y = -3\sin x + 1$ ;

д)  $f(x) = \frac{3}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ ;

ж)  $f(x) = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ ;

б)  $y = 5\cos x - 3$ ;

г)  $y = -2\cos x + 3$ ;

е)  $f(x) = \frac{2}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$ ;

з)  $f(x) = \sqrt{1 - \cos 4x}$ .

**32.** Сравнить:

а)  $\sin 718^\circ$  и  $\sin 719^\circ$ ;

б)  $\sin \frac{12\pi}{5}$  и  $\sin \frac{11\pi}{5}$ ;

- в)  $\sin(-516^\circ)$  и  $\sin(-514^\circ)$ ;      г)  $\cos\frac{25\pi}{8}$  и  $\cos\frac{27\pi}{8}$ ;
- д)  $\operatorname{ctg}25^\circ$  и  $\operatorname{tg}50^\circ$ ;      е)  $\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}$  и  $\sin\frac{7\pi}{18}$ ;
- ж)  $\operatorname{tg}25^\circ$  и  $\operatorname{ctg}50^\circ$ ;      з)  $\cos\frac{\pi}{5}$  и  $\operatorname{tg}\frac{2\pi}{9}$ .

**33.** Вычислить период функции:

- а)  $y = \cos 3x$ ;      б)  $y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ ;
- в)  $y = \operatorname{tg} 2x$ ;      г)  $y = \operatorname{ctg}\frac{x}{5}$ .

**34.** Построить график функции:

- а)  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 3$ ;      б)  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ ;
- в)  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$ ;      г)  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ ;
- д)  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ ;      е)  $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ ;
- ж)  $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ ;      з)  $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$ .

**35.** Решить графически уравнения:

- а)  $\sin 2x = \frac{1}{2}$ ;      б)  $\cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;
- в)  $\operatorname{tg} 3x = 0$ ;      г)  $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$ .

**36.** Решить графически неравенства:

- а)  $\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      б)  $\cos x < \frac{1}{2}$ ;
- в)  $\operatorname{tg} x \geq -1$ ;      г)  $\operatorname{ctg} x > 1$ .

**37.** Найти область определения функции:

- а)  $y = \arcsin\frac{x}{6}$ ;      б)  $y = \arccos 7x$ ;
- в)  $y = \operatorname{arctg} 12x$ ;      г)  $y = \operatorname{arcctg}\frac{x}{9}$ .

**38.** Найти область значений функции:

- а)  $y = \arcsin(3x - 2)$ ;      б)  $y = \arccos(3 - 2x)$ ;

$$в) y = \arcsin \frac{x^2 + \sqrt{3}}{x^2 + 2};$$

$$г) y = \arccos \frac{1}{x^2 + 1};$$

$$д) y = \operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{4};$$

$$е) y = \operatorname{arcctg} x + \frac{\pi}{3}.$$

**39.** Сравнить:

а)  $\arcsin 0,47$  и  $\arcsin 0,29$ ;

б)  $\arcsin(-0,56)$  и  $\arcsin(-0,34)$ ;

в)  $\arccos 0,8$  и  $\arccos 0,6$ ;

г)  $\arccos(-0,34)$  и  $\arccos(-0,72)$ ;

д)  $\operatorname{arctg} 5,3$  и  $\operatorname{arctg} 2,4$ ;

е)  $\operatorname{arctg}(-6,7)$  и  $\operatorname{arctg}(-4,4)$ ;

ж)  $\operatorname{arcctg} 17$  и  $\operatorname{arcctg} 14$ ;

з)  $\operatorname{arcctg}(-6,8)$  и  $\operatorname{arcctg}(-1,3)$ .

**40.** Построить график функции:

а)  $y = \arcsin(x - 3)$ ;

б)  $y = \arccos(x + 2)$ .

**41.** Используя преобразования графиков функций построить функцию:

а)  $y = (x - 2)^2 + 3$ ;

б)  $y = (x + 3)^2 - 2$ ;

в)  $y = |x^2 - 4| + 1$ ;

г)  $y = |x^2 + 2| - 3$ ;

д)  $y = \sqrt{x - 3} + 4$ ;

е)  $y = \sqrt{x + 6} - 3$ ;

ж)  $y = \frac{1}{x - 2} + 4$ ;

з)  $y = \frac{1}{x + 3} - 1$ .

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Башмаков, М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник/ М. И. Башмаков. – М.: ИЦ Академия, 2016. – 256 с.
2. Башмаков, М.И. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М. И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Академия, 2017. – 253 с.
3. Гумеров, Р. М. Математика : метод. указания к выполнению контрольной работы / Р. М. Гумеров, З. Ш. Аглямова, Г. Р. Ерошкина; Институт экономики, управления и права (г. Казань), Колледж, Кафедра высшей математики. – Казань : Изд-во «Познание» Института экономики, управления и права, 2014. – 28 с.
4. Дадаян, А. А. Математика [Электронный ресурс]: учебник / А. А. Дадаян. – 3-е изд. – М. : Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 544 с. – Режим доступа: <https://new.znaniium.com/read?id=328752>
5. Канцедал, С. А. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С. А. Канцедал. – М. : ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2018. – 222 с. – Режим доступа: <https://new.znaniium.com/read?id=300520>

**КРАТКИЙ СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ**

**Формулы сокращенного умножения**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ , где  $x_1, x_2$  – корни квадратного уравнения

**Квадратное уравнение**

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

**Абсолютная и относительная погрешности**

1.  $\Delta = |A - a|$  – абсолютная погрешность;
2.  $\delta = \frac{\Delta}{|a|}$ ,  $a \neq 0$  – относительная погрешность.

**Комплексные числа**

1.  $z = a + bi$  – алгебраическая форма записи комплексного числа, где  $a = \operatorname{Re} z$  – действительная часть,  $b = \operatorname{Im} z$  – мнимая часть.
2.  $z = a + bi$  и  $\bar{z} = a - bi$  – сопряженные комплексные числа.
3.  $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$  и  $b_1 = b_2$ .

**Арифметические действия над комплексными числами**

1.  $z_1 + z_2 = (a_1 + b_1i) + (a_2 + b_2i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$ .
2.  $z_1 - z_2 = (a_1 + b_1i) - (a_2 + b_2i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$ .
3.  $z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot b_2i + a_2 \cdot b_1i + b_1 \cdot b_2i^2 =$   
 $= a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot b_2i + a_2 \cdot b_1i - b_1 \cdot b_2 = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$ .

$$4. \frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 - b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i.$$

### Основные свойства корней

(для всех  $n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}, a \geq 0, b \geq 0$ )

$$1. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

$$2. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0).$$

$$3. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad (k > 0).$$

$$4. \sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \quad (k > 0).$$

$$5. \sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0).$$

### Решение простейших иррациональных уравнений $\sqrt[n]{x} = a$

	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
$n$ – четное	$x = a^n$	$x = 0$	$\emptyset$
$n$ – нечетное			$x = a^n$

### Основные свойства степеней

( $a > 0, b > 0, x, y \in \mathbb{R}$ )

$$1. a^0 = 1$$

$$2. a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$3. \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$4. a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$5. (a^x)^y = a^{xy}$$

$$6. (ab)^x = a^x \cdot b^x$$

$$7. \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

**Таблица квадратов чисел от 1 до 100**

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$	$31^2 = 961$	$41^2 = 1681$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$	$22^2 = 484$	$32^2 = 1024$	$42^2 = 1764$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$	$23^2 = 529$	$33^2 = 1089$	$43^2 = 1849$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$	$24^2 = 576$	$34^2 = 1156$	$44^2 = 1936$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$	$35^2 = 1225$	$45^2 = 2025$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$	$26^2 = 676$	$36^2 = 1296$	$46^2 = 2116$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$	$27^2 = 729$	$37^2 = 1369$	$47^2 = 2209$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$	$28^2 = 784$	$38^2 = 1444$	$48^2 = 2304$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$	$29^2 = 841$	$39^2 = 1521$	$49^2 = 2401$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$	$30^2 = 900$	$40^2 = 1600$	$50^2 = 2500$
$51^2 = 2601$	$61^2 = 3721$	$71^2 = 5041$	$81^2 = 6561$	$91^2 = 8281$
$52^2 = 2704$	$62^2 = 3844$	$72^2 = 5184$	$82^2 = 6724$	$92^2 = 8464$
$53^2 = 2809$	$63^2 = 3969$	$73^2 = 5329$	$83^2 = 6889$	$93^2 = 8649$
$54^2 = 2916$	$64^2 = 4096$	$74^2 = 5476$	$84^2 = 7056$	$94^2 = 8836$
$55^2 = 3025$	$65^2 = 4225$	$75^2 = 5625$	$85^2 = 7225$	$95^2 = 9025$
$56^2 = 3136$	$66^2 = 4356$	$76^2 = 5776$	$86^2 = 7396$	$96^2 = 9216$
$57^2 = 3249$	$67^2 = 4489$	$77^2 = 5929$	$87^2 = 7569$	$97^2 = 9409$
$58^2 = 3364$	$68^2 = 4624$	$78^2 = 6084$	$88^2 = 7744$	$98^2 = 9604$
$59^2 = 3481$	$69^2 = 4761$	$79^2 = 6241$	$89^2 = 7921$	$99^2 = 9801$
$60^2 = 3600$	$70^2 = 4900$	$80^2 = 6400$	$90^2 = 8100$	$100^2 = 10000$

**Таблица степеней чисел от 1 до 9**

$1^1 = 1$	$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$
$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$
$1^4 = 1$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$
$1^5 = 1$	$2^5 = 32$	$3^5 = 243$
$1^6 = 1$	$2^6 = 64$	$3^6 = 729$
$1^7 = 1$	$2^7 = 128$	$3^7 = 2187$
$1^8 = 1$	$2^8 = 256$	$3^8 = 6561$
$1^9 = 1$	$2^9 = 512$	$3^9 = 19683$
$1^{10} = 1$	$2^{10} = 1024$	$3^{10} = 59049$
$4^1 = 4$	$5^1 = 5$	$6^1 = 6$
$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$
$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$
$4^4 = 256$	$5^4 = 625$	$6^4 = 1296$
$4^5 = 1024$	$5^5 = 3125$	$6^5 = 7776$
$4^6 = 4069$	$5^6 = 15625$	$6^6 = 46656$
$4^7 = 16384$	$5^7 = 78125$	$6^7 = 279936$
$4^8 = 65536$	$5^8 = 390625$	$6^8 = 1679616$
$4^9 = 262144$	$5^9 = 1953125$	$6^9 = 10077696$
$4^{10} = 1048576$	$5^{10} = 9765625$	$6^{10} = 60466176$
$7^1 = 7$	$8^1 = 8$	$9^1 = 9$
$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$
$7^3 = 343$	$8^3 = 512$	$9^3 = 729$
$7^4 = 2401$	$8^4 = 4096$	$9^4 = 6561$
$7^5 = 16807$	$8^5 = 32768$	$9^5 = 59049$
$7^6 = 117649$	$8^6 = 2622144$	$9^6 = 531441$
$7^7 = 823543$	$8^7 = 2097152$	$9^7 = 4782969$
$7^8 = 5764801$	$8^8 = 16777216$	$9^8 = 43046721$
$7^9 = 40353607$	$8^9 = 134217728$	$9^9 = 387420489$
$7^{10} = 282475249$	$8^{10} = 1073741824$	$9^{10} = 3486784401$



## Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

### Свойства логарифмов

1.  $\log_a 1 = 0 \quad (a > 0, a \neq 1)$ .
2.  $\log_a a = 1 \quad (a > 0, a \neq 1)$ .
3.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0)$ .
4.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0)$ .
5.  $\log_a x^p = p \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$ .
6.  $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0, p \neq 0)$ .
7.  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0, b > 0, b \neq 1)$ .
8.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1)$ .

### Тригонометрия

$$1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi}, \quad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ радиан.}$$

**Таблица значений тригонометрических функций**

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	–

$\alpha$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
	$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-1$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$0$
$\cos \alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$1$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$1$	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	$-1$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$0$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	$1$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$0$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-1$	$-\sqrt{3}$	$-$

Примечание.  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

### Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1.$$

### Свойства тригонометрических функций

#### 1. Четность и нечетность

$$\left. \begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \operatorname{tg}(-\alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{ctg}(-\alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha \end{aligned} \right\} \text{— нечетные функции,}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \text{ — четная функция.}$$

#### 2. Периодичность

$$\left. \begin{aligned} \sin(\alpha + 2\pi n) &= \sin(\alpha + 360^\circ n) = \sin \alpha, \quad n \in \mathbb{Z} \\ \cos(\alpha + 2\pi n) &= \cos(\alpha + 360^\circ n) = \cos \alpha, \quad n \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\} \text{— период } 2\pi.$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + \pi n) &= \operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ n) = \operatorname{tg} \alpha, \quad n \in \mathbb{Z} \\ \operatorname{ctg}(\alpha + \pi n) &= \operatorname{ctg}(\alpha + 180^\circ n) = \operatorname{ctg} \alpha, \quad n \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\} \text{— период } \pi.$$

### Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta};$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

### Формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1.$$

### Простейшие тригонометрические уравнения

$\sin t = a$ $t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$	$\cos t = a$ $t = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} t = a$ $t = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$\operatorname{ctg} t = a$ $t = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

### Частные случаи простейших тригонометрических уравнений

$\sin x = 0$ $x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$	$\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

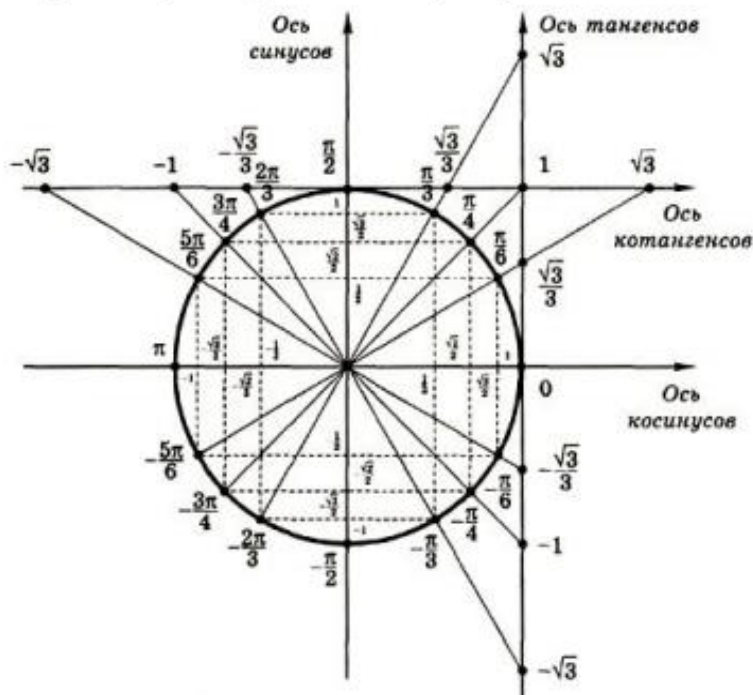
### Тригонометрические неравенства

а)  $\sin x > a \Leftrightarrow x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z};$

б)  $\sin x < a \Leftrightarrow x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z};$

- в)  $\cos x > a \Leftrightarrow x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z};$   
 г)  $\cos x < a \Leftrightarrow x \in (\arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z};$   
 д)  $\operatorname{tg} x > a \Leftrightarrow x \in \left( \operatorname{arctg} a + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z};$   
 е)  $\operatorname{tg} x < a \Leftrightarrow x \in \left( -\frac{\pi}{2} + \pi n; \operatorname{arctg} a + \pi n \right), n \in \mathbb{Z};$   
 ж)  $\operatorname{ctg} x > a \Leftrightarrow x \in (\pi n; \operatorname{arcctg} a + \pi n), n \in \mathbb{Z};$   
 з)  $\operatorname{ctg} x < a \Leftrightarrow x \in (\operatorname{arcctg} a + \pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}.$

### Тригонометрический круг



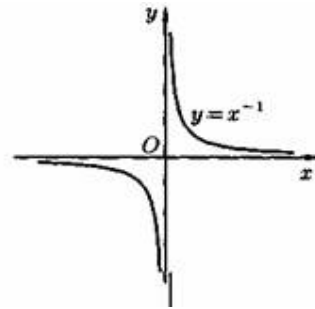
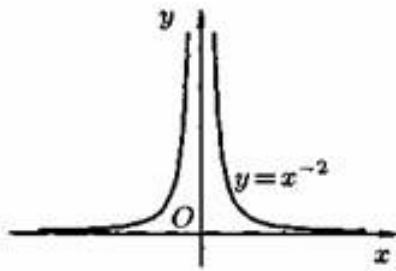
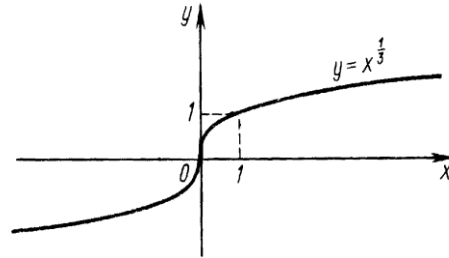
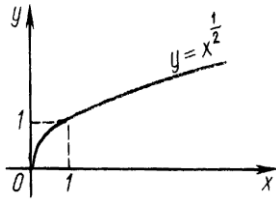
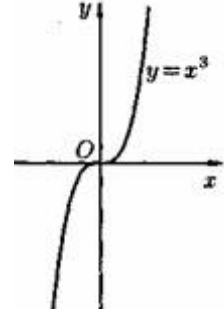
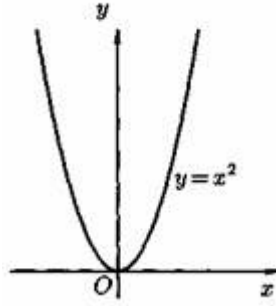
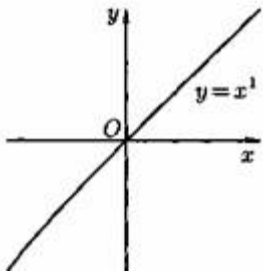
### Знаки тригонометрических функций

Функция	1 четверть	2 четверть	3 четверть	4 четверть
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tg	+	-	+	-
ctg	+	-	+	-

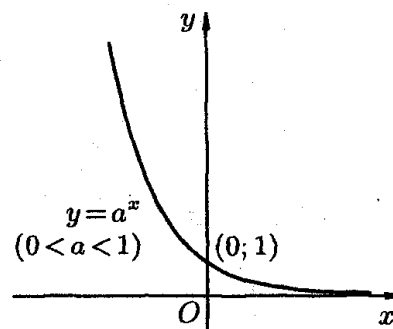
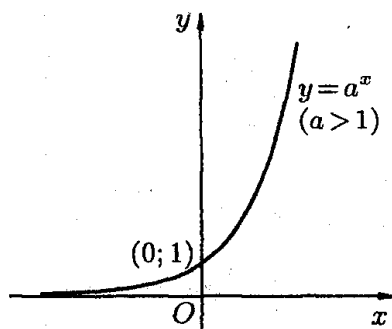
### Формулы приведения

Функция	$-\alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$	$360^\circ \pm \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$
ctg	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$

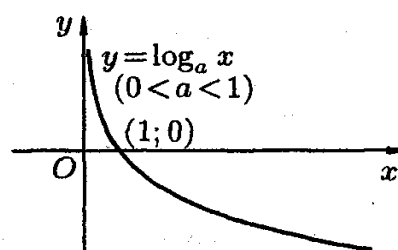
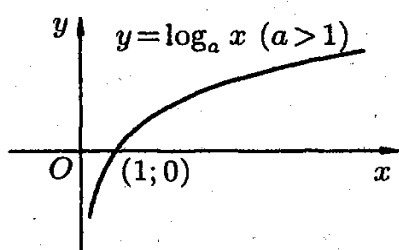
## Основные элементарные функции и их графики



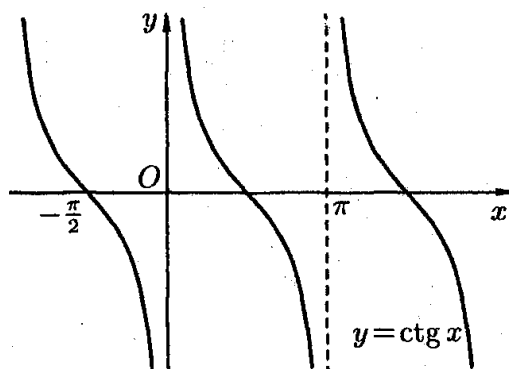
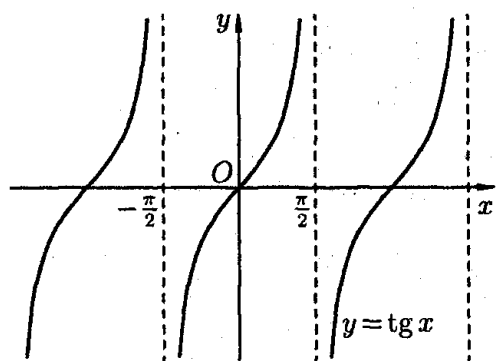
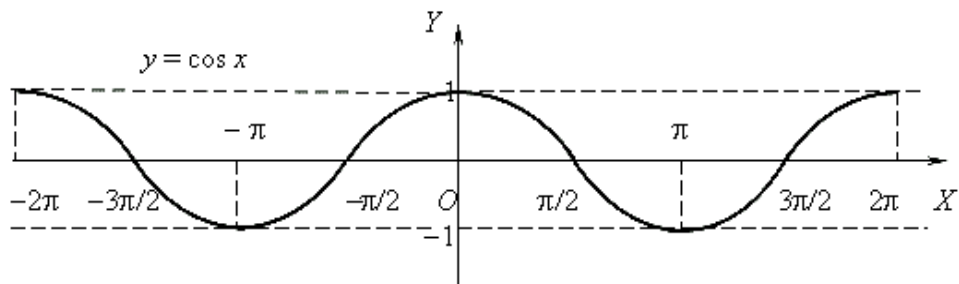
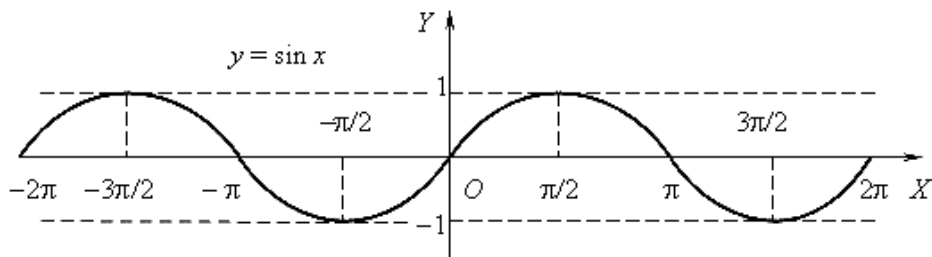
**Показательная функция**  $y = a^x$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .



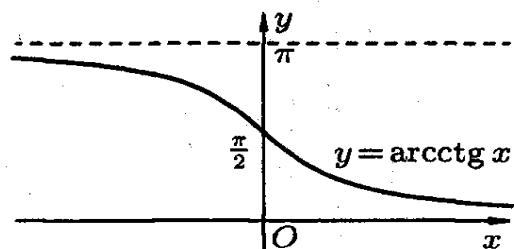
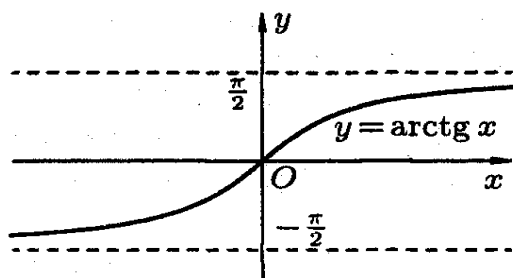
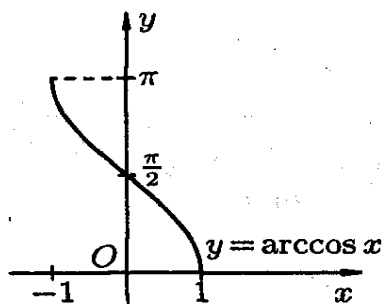
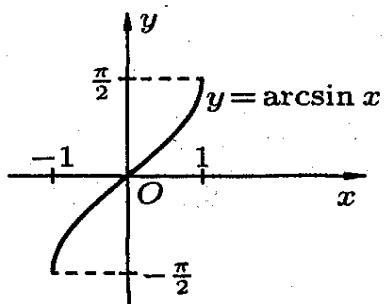
Логарифмическая функция  $y = \log_a x$ , где  $a > 0, a \neq 1$



### Тригонометрические функции



## Обратные тригонометрические функции



*Учебное издание*

**МАТЕМАТИКА**  
**АЛГЕБРА. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ. ФУНКЦИИ**

**Сборник задач**

**Авторы:**

*Гаврилова Людмила Николаевна*

*Аглямова Зульфина Шамилевна*

*Галимова Зульфия Хакимхановна*

**Главный редактор *Г. Я. Дарчинова***

**Редактор *Т. В. Андреева***

**Технический редактор *С. А. Каримова***

**Дизайнер *Н. Е. Коняхина***

Подписано в печать 20.02.2019. Формат 60x84 1/16

Гарнитура Times NR, 10. Усл. печ. л. 3

Тираж 300 экз. Заказ № 90



Издательство Казанского инновационного  
университета им. В. Г. Тимирязова (ИЭУП)  
420111, г. Казань, ул. Московская, 42

Тел. (843) 231-92-90

E-mail: zaharova@ieml.ru

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в типографии ООО «ТЦО «Таглимат»:  
420108, г. Казань, ул. Зайцева, 17